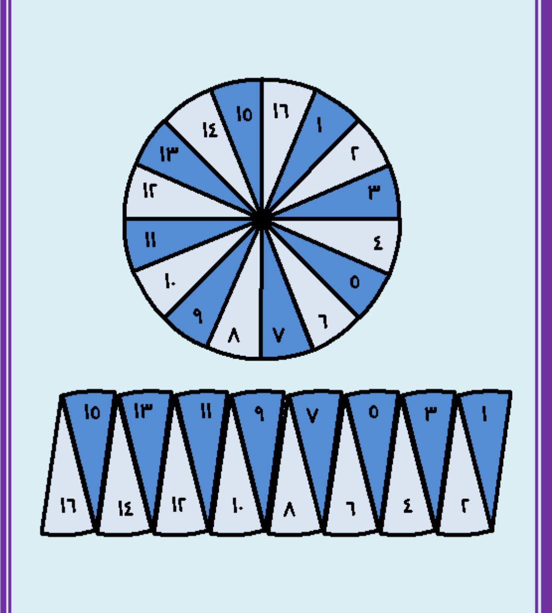
المتميز



فى
الرياضيات

< | > | + | =

إعداد : أحمد الشنتورى

الصف السادس الإبتدائى
الفصل الدراسى الثانى

٢٠١٦ / ٢٠١٧

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

أحمد الله و اشكره و أثنى عليه أن أعاننى

و وفقنى لتقديم هذا الكتاب من مجموعة

" المتميز "

فى الرياضيات لأقدمه لأبنائى المتعلمين

و إخوانى المعلمين و الذى راعيت فيه

تقديم المادة العلمية بطريقة مبسطة و ممتعة

مدللاً بأمثلة محلولة ثم تدريبات متنوعة و متدرجة

للتدريب على كيفية الحل لتناسب كل المستويات

و مرفق حلولها كاملة في آخر الكتاب

متمنياً أن ينال رضاكم و ثقتكم التى أعتز بها

و الله لا يضيع أجر من أحسن عملا

و هو ولى التوفيق

أحمد الشنتوى

المحتويات

الوحدة الأولى الأعداد الصحيحة

الدرس الأول : مجموعة الأعداد الصحيحة

الحاجة إلى مزيد من الأعداد :

أولاً : الأوضاع المتعاكسة :

توجد فى حياتنا أوضاع متعاكسة كثيرة لا يمكن التعبير عنها من خلال مجموعة الأعداد الطبيعية مثل :

١) فى الشكل المقابل :

رجلان يعنيان من درجة الحرارة الأول يعانى من درجة الحرارة المرتفعة ٤٠°

و الثانى يعانى من درجة الحرارة المنخفضة ٥° تحت الصفر

هذان وضعان متعاكسان ، و لا نستطيع أن نعبر عن درجة الحرارة المنخفضة (٥° تحت الصفر) باستخدام الأعداد الطبيعية

٢) فى الشكل المقابل : مشهدان فى الأول :

يسير الأوتوبيس على سطح الأرض بينما تسير السيارة على الكوبرى (فوق سطح الأرض)

و فى الثانى :

تسير السيارة على سطح الأرض بينما يسير مترو الأنفاق تحت سطح الأرض

هذان وضعان متعاكسان ، و نستطيع أن نعبر فى المشهد الأول أن ارتفاع السيارة هو ٢٠ م فوق سطح الأرض

بينما لا نستطيع التعبير عن انخفاض مترو الأنفاق تحت سطح الأرض باستخدام الأعداد الطبيعية

٣) التعبير عن عدد طوابق برج سكنى مثلاً ١٥ طابقاً فوق سطح الأرض بينما لا يمكننا التعبير عن ٣ طوابق تحت سطح الأرض

٤) التعبير عن مدينة عند مستوى ١٥٠ متراً فوق سطح البحر هو ١٥٠ بينما لا يمكننا التعبير عن مستوى مدينة ٢٠٠ متر تحت سطح البحر

ثانياً :

١) يمكن حل المعادلة : س + ٣ = ٧ فى ط كما يلى :

س + ٣ − ٣ = ٧ − ٣

إذن : س = ٣ ، مجموعة الحل = { ٣ }

٢) لا يمكن حل المعادلة : س + ٧ = ٣ فى ط حيث :

س + ٧ − ٧ = ٣ − ٧

إذن : س = ٣ − ٧ (غير ممكنة فى ط)

مما سبق نستنتج أن :

١] الحياة مليئة بأمثلة تعبر عن وضعان متعاكسان أحدهما يمكن التعبير عنه فى ط ، و الآخر لا يمكن التعبير عنه فى ط

٢] مجموعة الأعداد الطبيعية محدودة من أسفل (أصغر عدد طبيعى هو الصفر) و حتى يمكن التعامل مع ظواهر الأوضاع المتعاكسة

كان لابد من توسيع ط فى الإتجاه الآخر لخط الأعداد (وس)

٣] تم الاتفاق على أن الأعداد على يمين الصفر على خط الأعداد أعداداً موجبة و يرمز لمجموعتها بالرمز ص+ ، و أن الأعداد على يسار الصفر أعداداً سالبة و يرمز لمجموعتها بالرمز ص−
أى عدد موجب عدد > صفر ، أى عدد سالب عدد < صفر

وضعان متعاكسان
ص− ، و ، ص+
س َ ← −٥ −٤ −٣ −٢ −١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ → س
أعداد صحيحة سالبة — أعداد صحيحة موجبة

٤] سميت الأعداد الناتجة بالشكل (مجموعة الأعداد الصحيحة)
و أعتبرت الأعداد { +١ ، +٢ ، +٣ ، +٤ ، .... }
أعداداً صحيحة موجبة و رمزها ص+
و يمكن كتابتها كما يلى : { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، .... }
أى عدم وضع إشارة (+) أمامها فهى موجودة ضمناً
و الأعداد { −١ ، −٢ ، −٣ ، −٤ ، .... }
أعداداً صحيحة سالبة و رمزها ص− ، معنى ذلك أن :
ص = { .... ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، −١ ، −٢ ، −٣ ، .... }
= ص+ ∪ { ٠ } ∪ ص−
= ط ∪ ص−

ملاحظات :

١) مجموعة الأعداد الصحيحة غير منتهية و ممتدة عن يمينها و يسارها بلا حدود

٢) الصفر ليس عدداً موجباً و ليس عدداً سالباً

٣) ط ⊂ ص ، ص+ ⊂ ص ، ص− ⊂ ص ، { ٠ } ⊂ ص

٤) يمكن تمثيل مجموعة الأعداد الصحيحة (ص) بشكل فن المقابل

ص+ ، ٠ ، ص−

(أ) أكتب عدداً صحيحاً يعبر عن كل موقف من المواقف التالية كما بالمثال :

	الموقف	العدد الصحيح
مثال	مكسب تاجر ٣٥ جنيهاً من بيع سلعة ما	٣٥
مثال	خصم ١٥ جنيهاً عند شراء خلاط	−١٥
[١]	درجة الحرارة بلندن درجتان تحت الصفر	....
[٢]	إيداع مبلغ ٥٠٠ إلى رصيدك بالبنك	....
[٣]	موقع غواصة تحت سطح البحر هو ١٠٠٠ م	....
[٤]	يسكن محمد فى شقة بالدور العاشر ببرج سكنى	....
[٥]	عمق جراج أربعة طوابق تحت سطح الأرض	....

تمثيل مجموعة الأعداد الصحيحة :

يمكن تمثيل مجموعة الأعداد الصحيحة كما الشكل المقابل

س َ ← −٥ −٤ −٣ −٢ −١ ٠(و) ١ ٢ ٣ ٤ ٥ → س

(٢) حدد على خط الأعداد كل من العددين (٣ ، – ٢) بلون و معكوس كلاً منهما بلون مختلف

٥– ٤– ٣– ٢– ١– ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

(٣) أكمل ما يلى بإستخدام إحدى الكلمات (موجبة – سالبة – صفر) لتصبح العبارات التالية صحيحة :

[١] سرعة سيارة إذا كانت :

[١] السيارة تتحرك للأمام تمثلها أعداد ....

[٢] توقف السيارة يمثله العدد ....

[٣] السيارة تتحرك للخلف تمثلها أعداد ....

[٢] المسافة التى يتحركها حجر من على سطح منزل إذا :

[١] قذف لأعلى المنزل تمثلها أعداد ....

[٢] قذف لأسفل المنزل تمثلها أعداد ....

[٣] وضع على سطح المنزل يمثله العدد ....

[٣] حركة شخص إذا تحرك :

[١] جهة اليمين تمثلها أعداد ....

[٢] جهة اليسار تمثلها أعداد ....

[٤] الإرتفاع عن مستوى سطح البحر يمثله أعداد .... ، بينما مستوى سطح البحر يمثله العدد ....

، الإنخفاض عن مستوى سطح البحر يمثله أعداد ....

(٤) أكتب مجموعات الأعداد التالية بطريقة السرد :

[١] س = مجموعة الأعداد الصحيحة الأقل من ٤

= .....

[٢] ع = مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من أو تساوى – ٣

= .....

[٣] ل = مجموعة الأعداد الصحيحة بين (– ٣) ، (٢)

= .....

[٤] م = مجموعة الأعداد الصحيحة غير السالبة

= .....

[٥] ن = مجموعة الأعداد الزوجية الصحيحة غير الموجبة

= .....

(٥) أكمل ما يلى :

[١] ص+ ∪ { ٠ } = ...

[٢] ص+ ∩ ص– = ...

[٣] ط – ص+ = ...

[٤] ص – ص– = ...

[٥] ط ∪ ص– = ...

[٦] ص – ط = ...

القيمة المطلقة للعدد الصحيح :

لاحظ من خلال خط الأعداد الصحيحة بالشكل المقابل

أ/ ، و ، أ
–٥ –٤ –٣ –٢ –١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

١] العدد ٥ تمثله النقط أ ، و هى تبعد خمس وحدات عن نقطة (و) التى تمثل العدد : صفر

٢] العدد –٥ تمثله النقط أ/ ، و هى تبعد خمس وحدات عن نقطة (و) التى تمثل العدد : صفر

من ذلك نستنتج أن : القيمة المطلقة للعدد الصحيح أ هى :
المسافة بين موقع العدد (أ) و موقع الصفر على خط الأعداد و هى دائماً موجبة ، و يرمز لها بالرمز | أ |

معنى ذلك أن : |٥| = ٥ ، |–٥| = ٥

و بالتالى فإن : كل عدد و معكوسه لهما نفس القيمة المطلقة لأنهما يبعدان نفس المسافة عن نقطة الصفر (و) على خط الإعداد الصحيحة

ملاحظات :

١) إذا كان : |أ| = ٦ مثلاً
فإن : أ = ٦ أو أ = –٦ أى أن : أ = ± ٦

٢) |أ| = |–أ| فمثلاً : |٣| = |–٣|

٣) | صفر | = صفر

٤) – |–أ| = – |أ| = – أ
فمثلاً : – |–٤| = – |٤| = – ٤

٥) يمكن إجراء العمليات الحسابية للقيمة المطلقة
فمثلاً : |–٢| + |٧| = ٢ + ٧ = ٩ و هكذا

أحمد الشتوى

(٦) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] |–٥| .... ص+ (∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄)

[٢] |–٩| – |–٤| = ... (٩ ، ٥ ، –٩ ، –٥)

[٣] إذا كان : س = |–٧| فإن : س = ...
(–١/٧ ، ١/٧ ، ٧ ، –٧)

[٤] إذا كان : |ص| = ٨ فإن : ص = ...
(١/٨ ، –٨ ، ٨ ، ±٨)

[٥] ص+ – ص– = ... (∅ ، ط ، ط – {٠} ، ص)

[٦] ٢ .... ص– (∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄)

[٧] {–١} .... ص (∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄)

[٨] الصفر .... ص– (∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄)

[٩] إذا كان : –٧ ∈ { –١ ، –٢ ، ٣ ، س }
فإن : س = ... (٣ ، –٢ ، –١ ، –٧)

[١٠] إذا كان : أ ∈ {–١ ، –٢ ، ٣} ∩ {–١ ، –٣ ، ٢}
فإن : أ = ... (١ ، –٢ ، –١ ، ٢)

[١١] إذا كان : أ ∈ ط – ص+ فإن : أ = ...
(صفر ، ص– ، ١ ، –١)

[١٢] ٥,٥ .... ص (∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄)

الدرس الثانى : ترتيب الأعداد الصحيحة و المقارنة بينها

نعلم أن : تتوفر الخاصيتان التاليتان فى مجموعة الأعداد الطبيعية

أولاً :

إذا كان : أ ، ب عددين طبيعين ممثلين على خط الأعداد كما بالشكل المقابل :

ب   أ   ٠

١) و كانت النقطة التى تمثل العدد ب تقع على يمين النقطة التى تمثل العدد أ فإن : ب > أ

٢) و كانت النقطة التى تمثل العدد أ تقع على يسار النقطة التى تمثل العدد ب فإن : أ < ب

نفس الخاصية تتوفر فى مجموعة الأعداد الصحيحة

ثانياً :

خاصية التتابع و الفرق الثابت و هو الوحدة بين أى عدد طبيعى و الذى يليه



نفس الخاصية تتوفر أيضاً فى مجموعة الأعداد الصحيحة

مما سبق نستنتج أن :

أولاً : كلاً من مجموعة الأعداد الطبيعة ، و مجموعة الأعداد الصحيحة مرتبة كما هو مبين على خط الأعداد التالى

(ترتيب تصاعدى)

-٥ -٤ -٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

(ترتيب تنازلى)

١) مرتبة تصاعدياً (من الأصغر إلى الأكبر) كلما اتجهنا من اليسار إلى اليمين

٢) مرتبة تنازلياً (من الأكبر إلى الأصغر) كلما اتجهنا من اليمين إلى اليسار

ثانياً : عند المقارنة بين أى عددين صحيحين فإن العدد الذى يقع على يمين الآخر هو الأكبر و العكس صحيح

معنى ذلك :

١) .... < -٣ < -٢ < -١ < ٠ < ١ < ٢ < ٣ < ....

(ترتيب تصاعدى)

٢) .... > ٣ > ٢ > ١ > ٠ > -١ > -٢ > -٣ > ....

(ترتيب تنازلى)

(١) أكمل لترتيب الأعداد التالية تصاعدياً ثم تنازلياً

-١ ، -٧ ، ١ ، ٧ ، ٤

أصغر الأعداد هو : -٧ لأنه يقع أقصى اليسار على خط الأعداد

ثم يليه : .... ، .... ، .... ، ٧

الترتيب التصاعدى هو : -٧ ، .... ، .... ، .... ، ٧

بينما أكبر الأعداد هو : ٧ لأنه يقع أقصى اليمين على خط الأعداد

ثم يليه : .... ، .... ، .... ، -٧

الترتيب التنازلى هو : ٧ ، .... ، .... ، .... ، -٧

(٢) رتب الأعداد التالية :

[١] –٣ ، ٢ ، ٣ ، –٢ ، |–٥| ، –٩ تصاعدياً

الترتيب التصاعدى هو : ....

[٢] –٥ ، ٦ ، ٥ ، –٨ ، ٤ ، –|–٤| تنازلياً

الترتيب التنازلى هو : ....

(٣) أكتب العدد الصحيح السابق و العدد الصحيح التالى لكل عدد صحيح فيما يلى كما بالمثال :

	العدد الصحيح	العدد السابق	العدد التالى
مثال	–٤	–٥	–٣
[١]	–١٠		
[٢]	١٠		
[٣]	صفر		

(٤) أكتب الأعداد الصحيحة المحصورة بين كل عددين صحيحين مما يلى :

	العددين	الأعداد المحصورة
[١]	–٣ ، ١	
[٢]	–٥ ، ٠	
[٣]	–١ ، ٤	

(٥) أكمل الفراغ بوضع علامة (< أو = أو >) فى كل مما يلى :

[١]	–٥ .... ٥	[٢]	–|–٣| .... –٤
[٣]	–١٠ .... –١١	[٤]	|–١|+|–١٠| .... –١١
[٥]	|–٦| ٦	[٦]	–٧ .... |–٩|

(٦) اكتب كل مما يلى بطريقة السرد :

[١] س = { س : س > –٢ }

= ....

[٢] ع = { م : م ⩽ –٢ }

= ....

[٣] ك = { س : –٣ ⩽ س < ٥ }

= ....

[٤] ل = { ص : –١ ⩽ ص ⩽ ٤ }

= ....

[٥] م = { س : –٥ < س ⩽ ١ }

= ....

[٦] ن = { س : –٤ < س < صفر }

= ....

أحمد الشتوى

الدرس الثالث : جمع و طرح الأعداد الصحيحة

أولاً : جمع الأعداد الصحيحة

إمكانية الجمع فى ص

(أ) جمع عددين صحيحين موجبين :

لايجاد ناتج : ٢ + ٣ نستخدم خط الأعداد كما يلى :

١) نبدأ من الصفر ثم نتحرك يميناً وحدتين لتمثيل العدد ٢

٢) نبدأ العدد ٢ و نتحرك يميناً ثلاث وحدات لتمثيل العدد ٣

٣) نصل إلى العدد ٥ ، و هو ناتج الجمع

أى أن : ٢ + ٣ = ٥ ∈ ص+

–٥ –٤ –٣ –٢ –١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

أى أن : جمع الأعداد الصحيحة الموجبة مماثل لجمع الأعداد الطبيعية

(ب) جمع عددين صحيحين سالبين :

لايجاد ناتج : (–٢) + (–٣) نستخدم خط الأعداد كما يلى :

١) نبدأ من الصفر ثم نتحرك يساراً بمقدار القيمة المطلقة للعدد (–٢)

٢) نبدأ العدد (–٢) و نتحرك يساراً بمقدار القيمة المطلقة للعدد (–٣)

٣) نصل إلى العدد (–٥) ، و هو ناتج الجمع

أى أن : (–٢) + (–٣) = (–٥) ∈ ص–

–٥ –٤ –٣ –٢ –١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

أى أن : جمع عددين صحيحيين سالبين = عدداً صحيحاً سالباً

أحمد الشنتورى

(حـ) جمع عددين صحيحين أحدهما موجب و الآخر سالب :

أ] لايجاد ناتج : ٤ + (–٧) نستخدم خط الأعداد كما يلى :

١) نبدأ من الصفر ثم نتحرك يميناً أربع وحدات لتمثيل العدد ٤

٢) نبدأ العدد (٤) و نتحرك يساراً بمقدار القيمة المطلقة للعدد (–٧)

٣) نصل إلى العدد (–٣) ، و هو ناتج الجمع

أى أن : ٤ + (–٧) = (–٣) ∈ ص–



٢] لايجاد ناتج : (–٤) + ٧ نستخدم خط الأعداد كما يلى :

١) نبدأ من الصفر ثم نتحرك يساراً بمقدار القيمة المطلقة للعدد (–٤)

٢) نبدأ العدد (–٤) و يميناً سبع وحدات لتمثيل العدد ٧

٣) نصل إلى العدد (٣) ، و هو ناتج الجمع

أى أن : (–٤) + ٧ = ٣ ∈ ص+

–٥ –٤ –٣ –٢ –١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

ملاحظة :

بنفس الخطوات نجد أن إيجاد ناتج : (–٤) + ٤ = صفر

أى أن :

حاصل جمع عددين أحدهما موجب و الآخر سالب = عدداً صحيحاً قد يكون موجباً أو سالباً (حسب إشارة أكبرهما) أو صفراً

(١) أوجد ناتج ما يلى :

[١]	(– ٥) + ٥ = ...	[٢]	٠ + (– ٢) = ...
[٣]	(– ٣) + (– ٤) = ...	[٤]	٦ + (– ٣) = ...
[٥]	٨ + (– ١) = ...	[٦]	٢ + (– ٦) = ...

(٢) أكمل بنفس التسلسل :

[١] – ٦ ، – ٣ ، صفر ، .... ، .... ، ....

[٢] – ٢٠ ، – ١٤ ، – ٨ ، .... ، .... ، ....

[٣] – ٤٠ ، – ٣٠ ، – ٢٠ ، .... ، .... ، ....

خواص عملية الجمع فى ص :

خواص عملية الجمع فى ص هى :

١) الإنغلاق : عملية الجمع مغلقة فى ص

بمعنى أن : ناتج جمع أى عددين صحيحين هو عدد صحيح

أى أنه إذا كان : أ ∈ ص ، ب ∈ ص

فإن : أ + ب = حـ ، حـ ∈ ص

و بالتالى فإن : عملية الجمع ممكنة دائماً فى ص

٢) الإبدال : عملية جمع أى عددين صحيحين إبدالية

بمعنى أنه إذا كان : أ ∈ ص ، ب ∈ ص

فإن : أ + ب = ب + أ

فمثلاً : (– ٣) + ٤ = ٤ + (– ٣) = ١

٣) المحايد الجمعى : الصفر هو المحايد الجمعى فى ص

كما كان محايداً جمعياً فى ط

بمعنى أن إذا كان : أ ∈ ص فإن : أ + ٠ = ٠ + أ = أ

فمثلاً : ٣ + ٠ = ٠ + ٣ = ٣ ،

(– ٤) + ٠ = ٠ + (– ٤) = (– ٤)

٤) المعكوس الجمعى : كل عدد صحيح موجب (أ) على خط الأعداد الصحيحة يقابله عدد صحيح سالب (– أ) بحيث ناتج جمعهما = صفراً

أ ٠ – أ

أى أن : أ + (– أ) = (– أ) + أ = ٠

فمثلاً : (– ٤) + ٤ = ٤ + (– ٤) = ٠

ملاحظات :

[١] معكوس العدد صفر هو صفر لأن : ٠ + ٠ = ٠

[٢] معكوس (+ أ) هو : – (+ أ) = (– أ)

فمثلاً : معكوس (+ ٩) هو (– ٩)

[٢] معكوس (– أ) هو : – (– أ) = + أ

فمثلاً : معكوس (– ٩) هو : – (– ٩) = + ٩

(٣) أكمل :

[١]	– (– ٥) = ...	[٢]	– (– ٤) = ...
[٣]	– (– ١٠) = ...	[٤]	– (+ ٣) = ...
[٥]	– (+ ١٤) = ...	[٦]	– (– ٦) = ...

٥) **الدمج** : عملية الجمع دامجة فى ص

بمعنى أن : لأى ثلاثة أعداد صحيحة ا ، ب ، حـ يكون :

(ا + ب) + حـ = ا + (ب + حـ) = ا + ب + حـ

فمثلاً : [(–٤) + ٣] + ٥ = –١ + ٥ = ٤

، (–٤) + (٣ + ٥) = (–٤) + ٨ = ٤

أى أن : [(–٤) + ٣] + ٥ = (–٤) + (٣ + ٥)

= (–٤) + ٣ + ٥ = ٤

لاحظ : وجود الأقواس يعنى أن تتم العملية داخل الأقواس أولاً و هذه الخاصية تعنى أنه يمكن تجاهل الأقواس و جمع أى عددين معاً

مثال (١) أستخدم خواص عملية الجمع فى ص لإيجاد ناتج : (–١٤) + ١٥ + ١٤ مع ذكر الخاصية المستخدمة فى كل خطوة

الحل

(–١٤) + ١٥ + ١٤ = (–١٤) + ١٤ + ١٥ الإبدال

= [(–١٤) + ١٤] + ١٥ الدمج

= ٠ + ١٥ المعكوس الجمعى

= ١٥ المحايد الجمعى

مثال (٢) إذا كانت : س = { –١ ، –٣ ، ٢ ، ٥ } بين هل س مغلقة بالنسبة لعملية جمع الأعداد الصحيحة أم لا ؟

الحل

+	–١	–٣	٢	٥
–١	–٢	–٤	١	٤
–٣	–٤	–٦	–١	٢
٢	١	–١	٤	٧
٥	٤	٢	٧	١٠

لاحظ أن : س ⊂ ص

و من الجدول المقابل :

(–١) + (–٣) = (–٤) ∉ س

و هذا يكفى لجعل س ليست مغلقة بالنسبة لعملية الجمع

(٤) أكمل ما يلى :

[١] – (–٧) = ...

[٢] ١٧ + ... = صفر

[٣] (–١٤) + ١٤ = ...

[٤] ٠ – ٩ = ...

[٥] ٥ + ... = (–٣)

[٦] (–٦) + ... = (–٦)

[٧] (–٦) + ... = ٦

[٨] إذا كان : ا معكوس جمعى ب فإن : ا + ب = ...
حيث : ا ، ب عددين صحيحين

(٥) أكمل الجدول التالى :

	العدد	معكوسه الجمعى		العدد	معكوسه الجمعى
[١]	٥	....	[٢]	–١	....
[٣]	صفر	....	[٤]	|–٢|	....
[٥]	–١٥	....	[٦]	٢٠	....
[٧]	....	٤٧	[٨]	....	–١٠٠

(٦) أستخدم خواص عملية الجمع فى ص لإيجاد ناتج :

[١] (– ٢٥) + ٤٧ + ٢٥

[٢] (– ١٠١٦) + ٣٨٩ + ٢٠١٦

[٣] ٤٥ + (– ١٣) + (– ٤٠) + ١٣

[٤] (– ٣٣) + (– ٨٨) + (– ٦٧) + ٨٨

ثانياً : طرح الأعداد الصحيحة

إمكانية الطرح فى ص

نعلم من دراسة مجموعة الأعداد الطبيعية أن : ٧ – ٤ = ٣

لاحظ : يمكن كتابة ذلك بالصورة : ٧ + (– ٤) = ٣

و بما أن : ٧ + (– ٤) = ٣

و من علاقة الجمع بالطرح نستنتج :

٣ – (– ٤) = ٧ و هذا يعنى :

٣ – (– ٤) = ٣ + ٤ = ٧

معنى ذلك أن : عملية طرح العددين أ ، ب فى ص هى :

أ – ب = أ + المعكوس الجمعى للعدد ب

أى أن : أ – ب = أ + (– ب)

أحمد الشنتورى

مثال (٣) أوجد ناتج الطرح فيما يلى :

[١] ٦ – ٣ [٢] (– ٥) – ٧ [٣] ٤ – ١٠

الحل

[١] ٦ – ٣ = ٦ + (– ٣) = ٣

[٢] (– ٥) – ٧ = (– ٥) + (– ٧) = (– ١٢)

[٣] ٤ – ١٠ = ٤ + (– ١٠) = (– ٦)

(٧) أوجد ناتج الطرح فيما يلى :

[١] ٨ – ٢ = ... + ... = ...

[٢] (– ٦) – ٥ = ... + ... = ...

[٣] ٣ – ١٢ = ... + ... = ...

خواص عملية الطرح فى ص :

خواص عملية الطرح فى ص هى :

١) **الإنغلاق** : عملية الطرح مغلقة فى ص

بمعنى أن : ناتج طرح أى عددين صحيحين هو عدد صحيح

و بالتالى فإن : عملية الطرح ممكنة دائماً فى ص

٢) **الإبدال** : عملية الطرح ليست إبدالية فى ص

أى أن : أ – ب ≠ ب – أ لكل أ ، ب ∈ ص

فمثلاً : ٤ – ٣ = ١ بينما ٣ – ٤ = – ٤

و بالتالى : ٤ – ٣ ≠ ٣ – ٤

٣) **الدمج** : عملية الطرح ليست دامجة فى ص

أى أن : أ – (ب – ج) ≠ (أ – ب) – ج

لكل أ ، ب ، ج ∈ ص

فمثلاً : (–٣) – (٥ – ٤) = (–٣) – ١ = –٤

، (–٣ – ٥) – ٤ = (–٨) – ٤ = – ١٢

و بالتالى : (–٣) – (٥ – ٤) ≠ (–٣ – ٥) – ٤

أحمد الشتوى

(٨) تحقق من خاصية انغلاق الجمع و الطرح على المجموعة التالية :

س = { –٢ ، –١ ، ٠ ، ١ ، ٢ }

أولاً : الجمع

+	–٢	–١	٠	١	٢
–٢					
–١					
٠					
١					
٢					

ثانياً : الطرح

+	–٢	–١	٠	١	٢
–٢					
–١					
٠					
١					
٢					

(٩) أكمل بنفس التسلسل :

[١] ٧ ، ٣ ، –١ ، .... ، .... ، ....

[٢] –٢٠ ، –٣٠ ، –٤٠ ، .... ، .... ، ....

[٣] –١٠٠ ، –٧٠ ، –٤٠ ، .... ، .... ، ....

[٤] ٩٥ ، ٥٥ ، ١٥ ، .... ، .... ، ....

(١٠) قام تاجر بثلاث عمليات تجارية فى أحد الأيام ربح فى الأولى ٣٤٥ جنيهاً ، و خسر فى الثانية ١٦٥ جنيهاً ، و ربح فى الثالثة عشرون جنيهاً أوجد مبلغ الربح أو الخسارة لهذا التاجر

(١١) سجل ميزان الحرارة درجة الحرارة بإحدى المدن فجر أحد الأيام فكانت – ٣ °م ثم سجل فى الظهيرة ١١ °م
أوجد الزيادة فى درجة الحرارة

(١٢) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] (– ٥) + | – ٧ | = ...
(٢ ، ١٢ ، – ٢ ، – ١٢)

[٢] | – ٤ | – | – ٩ | = ...
(٩ ، ٥ ، – ٩ ، – ٥)

[٣] (– ١٢) + ٧ = ...
(١٩ ، ٥ ، – ١٩ ، – ٥)

[٤] ١٩ – (– ١١) = ...
(٨ ، ٣٠ ، – ٨ ، – ٣٠)

[٥] (– ٢) + (– ٨) = ...
(١٠ ، ٦ ، – ١٠ ، – ٦)

[٦] (– ٣) + ٣ = ...
(٦ ، صفر ، – ٩ ، – ٦)

[٧] | – ٩ | + ١ .... ص
(∋ ، ∌ ، ⊃ ، ⊅)

[٨] { (– ٥) + ٣ } .... ص
(∋ ، ∌ ، ⊃ ، ⊅)

[٩] $\frac{١}{٤}$ + ٤ .... ص
(∋ ، ∌ ، ⊃ ، ⊅)

[١٠] غواصة عل عمق ٩٠ متراً تحت مستوى سطح البحر إرتفعت ٦٠ متراً العملية الحسابية المناسبة لحساب العمق الجديد للغواصة هو ....
((– ٩٠) – ٦٠ ، ٩٠ – ٦٠ ، ٩٠ + ٦٠ ، (– ٩٠) + ٦٠)

الدرس الرابع : ضرب و قسمة الأعداد الصحيحة

أولاً : ضرب الأعداد الصحيحة

إمكانية الضرب فى ص

(أ) ضرب عددين صحيحين موجبين :

نعلم أن :

١) ٢ × ٣ = ٢ + ٢ + ٢ = ٦ ∈ ص+

و نستخدم خط الأعداد كما يلى :

نبدأ من النقطة (و) التى تمثل العدد (صفر) ثم نتحرك ٣ مسافات متساوية جهة اليمين و كل مسافة مكونة من وحدتين فنصل إلى العدد ٦

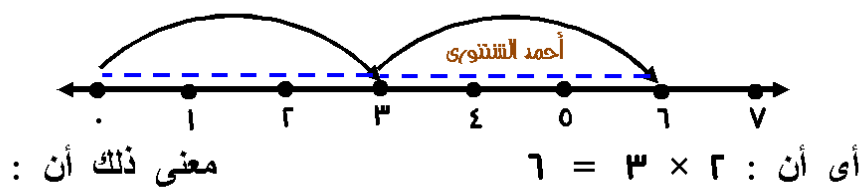
أى أن : ٢ × ٣ = ٦

٢) ٣ × ٢ = ٣ + ٣ = ٦ ∈ ص+

و نستخدم خط الأعداد كما يلى :

نبدأ من النقطة (و) التى تمثل العدد (صفر) ثم نتحرك مسافتين متساويتين جهة اليمين كل منها مكونة من ٣ وحدات فنصل إلى العدد ٦

أى أن : ٣ × ٢ = ٦ ∈ ص+



أى أن : ٢ × ٣ = ٦   معنى ذلك أن :

حاصل ضرب عددين صحيحيين موجبين = عدداً صحيحاً موجباً

(ب) ضرب عددين صحيحين أحدهما موجب و الآخر سالب :

بنفس الطريقة :

١) (–٢) × ٣ = (–٢) + (–٢) + (–٢) = (–٦) ∈ ص−

أى أن : (–٢) × ٣ = (–٦)

٢) ٢ × (–٣) = (–٣) + (–٣) = (–٦) ∈ ص−

أى أن : ٢ × (–٣) = (–٦)

معنى ذلك أن : **حاصل ضرب عددين صحيحين أحدهما موجب و الآخر سالب = عدداً صحيحاً سالباً**

(حـ) ضرب عددين صحيحين سالبين :

(–٢) × (–٣) = ٦ ∈ ص+   معنى ذلك أن :

حاصل ضرب عددين صحيحيين سالبين = عدداً صحيحاً موجباً

لأن : (–٢) + ٢ = صفر   خاصية المعكوس الجمعى

و بضرب الطرفين × (–٢) ينتج :

(–٢) × (–٣) + ٢ × (–٣) = صفر × (–٣)

لاحظ أن : حاصل ضرب أى عدد صحيح × صفر = صفر

إذن : (–٢) × (–٣) –٦ = صفر ، بإضافة ٦ للطرفين ينتج :

(–٢) × (–٣) –٦ + ٦ = صفر + ٦

إذن : (–٢) × (–٣) = ٦

أحمد الشتوى

قاعدة الإشارات فى الضرب :

×	+	−
+	+	−
−	−	+

(١) أوجد ناتج ما يلى :

[١]	(−٤) × ٥ = ...	[٢]	٠ × (−٢) = ...
[٣]	(−٣) × (−٤) = ...	[٤]	٦ × (−٣) = ...
[٥]	(−١) × ٨ = ...	[٦]	٢ × (−٩) = ...

(٢) أكمل بنفس التسلسل :

[١] −٣ ، −٦ ، −١٢ ، .... ، .... ، ....

[٢] −٢ ، ٤ ، −٨ ، .... ، .... ، ....

[٣] ١ ، −٣ ، ٩ ، .... ، .... ، ....

خواص عملية الضرب فى ص :

خواص عملية الضرب فى ص هى :

١) **الإنغلاق** : عملية الضرب مغلقة فى ص

بمعنى أن : ناتج ضرب أى عددين صحيحين هو عدد صحيح

أى أنه إذا كان : أ ∈ ص ، ب ∈ ص

فإن : أ × ب = حـ ، حـ ∈ ص

و بالتالى فإن : عملية الضرب ممكنة دائماً فى ص

٢) **الإبدال** : عملية ضرب أى عددين صحيحين إبدالية

بمعنى أنه إذا كان : أ ∈ ص ، ب ∈ ص

فإن : أ × ب = ب × أ

فمثلاً : (−٣) × ٤ = ٤ + (−٣) = (−١٢)

٣) **المحايد الضربى** : **الواحد** هو المحايد الضربى فى ص

كما كان محايداً ضربياً فى ط

بمعنى أن إذا كان : أ ∈ ص فإن : أ × ١ = ١ × أ = أ

فمثلاً : ٣ × ١ = ١ × ٣ = ٣ ،

(−٤) × ١ = ١ × (−٤) = (−٤)

٤) **الدمج** : عملية الضرب دامجة فى ص

بمعنى أن : لأى ثلاثة أعداد صحيحة أ ، ب ، حـ يكون :

(أ × ب) × حـ = أ × (ب × حـ) = أ × ب × حـ

فمثلاً : [(−٤) × ٣] × ٥ = −١٢ × ٥ = −٦٠

، (−٤) × (٣ × ٥) = (−٤) × ١٥ = −٦٠

أى أن : [(−٤) × ٣] × ٥ = (−٤) × (٣ × ٥)

= (−٤) × ٣ × ٥ = −٦٠

٥) **التوزيع** : يقصد لها توزيع عملية الضرب على عملية الجمع

بمعنى أن : لأى ثلاثة أعداد صحيحة أ ، ب ، حـ يكون :

أ × (ب + حـ) = أ × ب + أ × حـ

فمثلاً : ٣ × [(– ٥) + ٦] = ٣ × ١ = ٣

، بطريقة أخرى :

٣ × (– ٥) + ٣ × ٦ = (– ١٥) + ١٨ = ٣

أى أن : ٣ × [(– ٥) + ٦] = ٣ × (– ٥) + ٣ × ٦

و يمكن استخدام هذه الخاصية عكسياً كما يلى :

(– ٣) × ٤٥ + (– ٣) × ٥٥ = (– ٣) × (٤٥ + ٥٥)

= (– ٣) × ١٠٠ = (– ٣٠٠)

، بطريقة أخرى :

(– ٣) × ٤٥ + (– ٣) × ٥٥ = (– ١٣٥) + (– ١٦٥)

= (– ٣٠٠)

(٣) أوجد ناتج ما يلى :

[١] ٩ × [(– ٦) + (– ١٤)]

[٢] ٧٥ × (– ٣٦) + ٧٥ × (– ٦٤)

[٣] (– ٤٥) × (– ٦٣) + (– ٤٥) × ٧٣

(٤) أكمل مستخدماً خواص عملية الضرب فى ص لحساب ناتج :

(– ٢٥) × ٣٧ × (– ٤)

= [(– ٢٥) × ٣٧] × .... خاصية ....

= [٣٧ × ....] × .... خاصية ....

= ٣٧ × [.... × ....] خاصية ....

= ٣٧ × .... = ...

ثانياً : قسمة الأعداد الصحيحة

إمكانية القسمة فى ص

نعلم أن : إذا كان : ٨ × ٦ = ٤٨

فإن : ٤٨ ÷ ٦ = ٨ ، ٤٨ ÷ ٨ = ٦

معنى ذلك أن : عملية الضرب ينتج عنها عمليتا قسمة

بالمثل إذا كان : (–٣) × (–٥) = ١٥

فإن : ١٥ ÷ (–٣) = (–٥) ، ١٥ ÷ (–٥) = (–٣)

، (–٤) × (+٩) = –٣٦

فإن : (–٣٦) ÷ ٩ = (–٤) ، (–٣٦) ÷ (–٤) = ٩

مما سبق نستنتج أن :

[١] خارج قسمة عددين صحيحين لهما نفس الإشارة هو عدد صحيح موجب

[٢] خارج قسمة عددين صحيحين مختلفى الإشارة هو عدد صحيح سالب

ملاحظة :

كل نواتج القسمة فى الحالات السابقة ∈ ص

بينما نواتج القسمة فى حالات مثل : $\frac{٧}{٢}$ ، $\frac{٤١}{٨}$ ،

(–٣٤) ÷ ٩ ، (–٤) ÷ (–١٣) ∉ ص

قاعدة الإشارات فى القسمة :

÷	+	–
+	+	–
–	–	+

خواص عملية القسمة فى ص :

١) الإنغلاق : عملية القسمة ليست مغلقة

مما يدل على أنها ليست ممكنة دائماً فى ص

٢) الإبدال : عملية القسمة ليست إبدالية فى ص

ملاحظة :

قسمة أى عدد صحيح على (الصفر) غير ممكنة فى ص مثل فى ط
بينما خارج قسمة (الصفر) على أى عدد صحيح = صفراً

(٥) أوجد خارج القسمة فى كل مما يلى :

[١]	(–٢٠) ÷ ٥ = ...	[٢]	٠ ÷ (–٤) = ...
[٣]	(–٥٦) ÷ (–٨) = ...	[٤]	٦ ÷ (–٣) = ...
[٥]	(–١٥) ÷ ٣ = ...	[٦]	١٨ ÷ (–٩) = ...

(٦) أوجد قيمة س فى الحالات التالية :

[١] ٨ × س = ٧٢

[٢] | –٥ | × س = (–٤٥)

[٣] ٣ × | س | = | −٢١ |

[٤] | س | / ٢ = ٥

[٥] (−٧) × س = (−٥٦)

[٦] ٩ × س = (−٣) × ٢١

(٧) إذا كانت : س = ٣ ، ص = −١ ، ع = −٧

أكمل لإيجاد قيمة كل مما يلى :

[١] المقدار = ٢ س + ص − ع

= ٢ × .... + (....) − (....)

= .... − .... + ... = ...

[٢] المقدار = ٣ س ص − ع

= ٣ × .... × (....) − (....)

= .... + ... = ...

[٣] المقدار = [س ÷ ص] × ٣ ع

= [.... ÷ (....)] × ٣ × (....)

= .... × .... = ...

[٤] المقدار = [٣ س − ٥ ص] ÷ ع

= [٣ × .... − ٥ × (....)] ÷ (....)

= [.... + ...] ÷ ....

= .... ÷ .... = ...

(٨) أكمل ما يلى :

[١] ١ × (– ﺃ) = ...

[٢] العدد المحايد الضربى فى ص هو ....

[٣] ﺃ × (ب + ...) = ﺃ × .... + ﺃ × ﺣ

[٤] قسمة أى عدد صحيح على (الصفر) فى ص ....

[٥] خارج قسمة عددين صحيحين لهما نفس الإشارة هو عدد صحيح ....

[٦] ﺃ × .... = ب × ....

[٧] حاصل ضرب عددين صحيحين سالبين = عدداً صحيحاً ....

[٨] (ﺃ × ....) × ﺣ = ﺃ × (ب × ....) = ... × ب × ﺣ

[٩] [(– ٥) + ٨] × (– ١٠) = ...

[١٠] إذا كان : ٧ س = (– ٢١) فإن : س = ...

(٩) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] (– ٥) × |– ٧| = ...

(٣٥ ، ١٢ ، – ٣٥ ، – ١٢)

[٢] |– ٤| × |– ٩| = ...

(٣٦ ، ٥ ، – ٣٦ ، – ٥)

[٣] (– |– ١٢|) ÷ ٦ = ...

(٢ ، ٦ ، – ٦ ، – ٢)

[٤] إذا كان : ٤ س = (– ٣٢) فإن : س = ...

(٨ ، – ٨ ، ٤ ، – ٤)

(١٠) أكمل مستخدماً (< أو = أو >) :

[١] ٥ × (– ٤) .... ٤ × (– ٥)

[٢] (– ٤) × (– ٩) .... ٦ × ٦

[٣] |– ٦| × |– ٨| .... (– ٦) × ٨

[٤] (– ٢٧) ÷ ٣ .... ٢ × (– ٤)

[٥] ٣ × (– ٥) .... ٤ × (– ٧)

[٦] ١ × (– ١) .... صفر ÷ (– ١)

الدرس الخامس : الضرب المتكرر

تمهيد : نعلم أن :

١) ٣ × ٣ = ٩

لاحظ : تكرر ضرب العدد ٣ فى نفسه مرتين

٢) ٣ × ٣ × ٣ = ٣

لاحظ : تكرر ضرب العدد ٣ فى نفسه ثلاث مرات

٣) ٣ × ٣ × ٣ × ٣ = ٨١

لاحظ : تكرر ضرب العدد ٣ فى نفسه أربع مرات

الضرب المتكرر :

يقصد بالضرب المتكرر :
تكرار ضرب العدد فى نفسه عدد من المرات

فمثلاً : ٣ × ٣ × ٣ × ٣

هو تكرار ضرب العدد ٣ فى نفسه ٤ مرات

تكتب فى هذه الحالة : $٣^{٤}$ ، و تقرأ : ٣ أس ٤

ملاحظات :

١) العدد ٣ هو المتكرر و يسمى الأساس
، العدد ٤ عدد مرات تكرار الضرب و يسمى الأس

٢) $٣^{٤}$ = ٨١ لذا يسمى ٨١ بالقوة الرابعة للعدد ٣

٣) بالمثل : (-٢) × (-٢) × (-٢) = $(-٢)^{٣}$ = (-٨)
و يسمى (-٢) بالقوة الثالثة للعدد (-٢)

٤) بالمثل : (-٤) × (-٤) × (-٤) × (-٤) = $(-٤)^{٤}$ = ٢٥٦
و يسمى ٢٥٦ بالقوة الرابعة للعدد (-٤)

بصفة عامة :

إذا كان : أ عدداً صحيحاً فإن :

أ × أ × أ × أ × ..... ن مرة = $أ^{ن}$ حيث : ن ∈ $ص_{+}$

ملاحظات :

١) القوة الأولى لأى عدد تساوى العدد ١ و لا داعى لكتابتها

فمثلاً : $٣^{١}$ هى ٣ ، $٦^{١}$ = ٦

٢) القوة الثانية لأى عدد تسمى مربع العدد

فمثلاً : $٣^{٢}$ (تقرأ ٣ أس ٢) أو مربع العدد ٣

٣) القوة الثالثة لأى عدد تسمى مكعب العدد

فمثلاً : $٤^{٣}$ (تقرأ ٤ أس ٣) أو مكعب العدد ٤

٤) إذا كان : الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس زوجى
كان الناتج عدداً موجباً

أى أن : $(-أ)^{ن}$ = $أ^{ن}$ حيث : ن زوجى
، أ ∈ $ص_{+}$ ، ن ∈ $ص_{+}$

٥) إذا كان : الأساس عدداً سالباً مرفوعاً لأس فردى
كان الناتج عدداً سالباً

أى أن : $(-أ)^{ن}$ = $-(أ)^{ن}$ حيث : ن فردى
، أ ∈ $ص_{+}$ ، ن ∈ $ص_{+}$

(١) أكمل الجدول التالى :

القوة / العدد س	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	السادسة
	$س^{٢}$	$س^{٣}$	$س^{٤}$	$س^{٥}$	$س^{٦}$
١	١	١			
٢	٤	٨			
٣			٨١	٢٤٣	
٤		٦٤			٤٠٩٦
٥	٢٥		٦٢٥		
٦		٢١٦			
١٠				١٠٠٠٠٠	

(٢) أكمل الجدول التالى :

القوة / العدد س	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	السادسة
	$س^{٢}$	$س^{٣}$	$س^{٤}$	$س^{٥}$	$س^{٦}$
(-١)	١	-١			
(-٢)	٤	-٨			
(-٣)			٨١	-٢٤٣	
(-٤)		-٦٤			٤٠٩٦
(-٥)	٢٥		٦٢٥		
(-١٠)				-١٠٠٠٠٠	

(٣) أوجد قيمة ما يلى :

[١] $(-٧)^{٣} = ...$

[٢] $(-٨)^{٢} = ...$

[٣] $(-٥)^{٢} \times ٢^{٥} = ...$

[٤] $(-٣)^{٣} + ٣^{٣} = ...$

[٥] $٣^{٢} + ٣^{٢} + ٣^{٢} = ...$

[٦] $(-١)^{١٩} + ١^{١٩} = ...$

القواعد الأساسية المستخدمة فى حالة الضرب المتكرر :

أولاً : قاعدة جمع الأسس

لاحظ : $٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٣^{٦}$

يمكن التعبير عنها كما يلى :

$$٣ \times (٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣) = ٣^{١} \times ٣^{٥} = ٣^{١+٥} = ٣^{٦}$$

$$(٣ \times ٣) \times (٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣) = ٣^{٢} \times ٣^{٤} = ٣^{٢+٤} = ٣^{٦}$$

$$(٣ \times ٣ \times ٣) \times (٣ \times ٣ \times ٣) = ٣^{٣} \times ٣^{٣} = ٣^{٣+٣} = ٣^{٦}$$

نستنتج مما سبق :

فى حالة الضرب المتكرر نجمع الأسس إذا كانت الأساسات متساوية

بمعنى إذا كان : $أ \in ص$ ، $أ \neq$ صفر

فإن : $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$ حيث : م ، ن $\in ص_{+}$

أحمد الشنتورى

(٤) أوجد قيمة كل مما يلى كما بالمثال :

مثال : $٢^{٣} \times ٢^{٤} = ٢^{٣ + ٤} = ٢^{٧} = ١٢٨$

[١] $٢^{٣} \times ٢^{٢} =$ .... = ...

[٢] $٣^{٢} \times ٣ =$ .... = ...

[٣] $(-٢)^{٣} \times (-٢)^{٤} =$ .... = ...

[٤] $(-٣)^{٢} \times (-٣)^{٣} =$ .... = ...

[٥] $(-٥)^{٣} \times ٥^{٣} =$ .... = ...

[٦] $(-١)^{٨} \times (-١)^{٩} =$ .... = ...

ثانياً : قاعدة طرح الأسس

لاحظ : $٣^{٥} \div ٣^{٢} = \frac{٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣}{٣ \times ٣} = ٣ \times ٣ \times ٣ = ٣^{٣}$

$= \frac{٣^{٥}}{٣^{٢}} = ٣^{٥ - ٢} = ٣^{٣}$

نستنتج مما سبق :

فى حالة القسمة نطرح الأسس إذا كانت الأساسات متساوية

بمعنى إذا كان : $\text{أ} \in \text{ص}$ ، $\text{أ} \neq$ صفر فإن : $\frac{\text{أ}^{\text{م}}}{\text{أ}^{\text{ن}}} = \text{أ}^{\text{م} - \text{ن}}$

حيث : $\text{م} ، \text{ن} \in \text{ص}_{+}$ ، $\text{م} > \text{ن}$

ملاحظة :

فى حالة القسمة إذا تساوت الأسس أى أن : م = ن يكون :

$\frac{\text{أ}^{\text{م}}}{\text{أ}^{\text{ن}}} = \frac{\text{أ}^{\text{م}}}{\text{أ}^{\text{م}}} = \text{أ}^{\text{م} - \text{م}} = \text{أ}^{٠} = ١$

فمثلاً :

$(-٣)^{٠} = ١$ ، $(١٠)^{٠} = ١$ ،

$(-٣٦)^{٠} = ١$ ، $(-٣٧٥)^{٠} = ١$

(٥) أوجد قيمة كل مما يلى كما بالمثال :

مثال : $(-٢)^{٩} \div ٢^{٤} = -(٢)^{٩} \div ٢^{٤} = -(٢)^{٩ - ٤}$

$= -(٢)^{٥} = -٣٢$

[١] $٢^{٧} \div ٢^{٣} =$ .... = ...

[٢] $٣^{٢} \div ٣ =$ .... = ...

[٣] $(-٢)^{٩} \div (-٢)^{٤} =$ .... = ...

[٤] $(-٣)^{٧} \div (-٣)^{٣} =$ .... = ...

[٥] $(-٥)^{٣} \div ٥^{٣} =$ .... = ...

[٦] $(-١)^{١٨} \div (-١)^{٩} =$ .... = ...

(٦) إذا كان : س = ٥ ، ص = −٢ أوجد قيمة كل مما يلى :

[١] $(\text{س} + ٢\,\text{ص})^{٩} = (.... + ...)^{٩} = (....)^{٩} =$ ....

[٢] $(١٢\,\text{س}\,\text{ص})^{٢\text{س} + ٥\text{ص}} = (....)^{....} =$ ....

(٧) أكمل لإيجاد قيمة : $\frac{٥^{٣} \times ٥^{٦}}{٥^{٥}}$

المقدار $= \frac{٥^{....}}{٥^{٥}} = (٥)^{.... - ٧} = (٥)^{....} = ...$

(٨) أكمل لإيجاد قيمة : $\frac{٣^{٧} \times ٣^{٥}}{٣^{٨} \times ٣}$

المقدار $= \frac{٣^{....}}{٣^{....}} = (٣)^{.... - ....} = (٣)^{....} = ...$

(٩) أكمل لإيجاد قيمة : $\frac{(-٤)^{٣} \times (-٤)^{٥}}{(-٤)^{٦}}$

المقدار $= \frac{(-٤)^{....}}{(-٤)^{....}} = (-٤)^{.... - ....} = (-٤)^{....} = ...$

(١٠) أكمل لإيجاد قيمة : $\frac{(-٢)^{٤} \times (-٢)^{٧}}{(-٢)^{٩}}$

بما أن : $(-٢)^{٤} = (٢)^{٤}$ ، $(-٢)^{٧} = -(٢)^{٧}$ ، $(-٢)^{٩} = ...$

إذن : المقدار $= \frac{(٢)^{٤} \times -(٢)^{٧}}{....} = \frac{-(٢^{....} \times ٢^{٧})}{....}$

$= \frac{٢^{....}}{٢^{....}} = (٢)^{.... - ....} = (٢)^{....} = ...$

لاحظ : – ÷ – = –

(١١) رتب ما يلى تصاعدياً :

$(-٢)^{٣}$ ، $(-١٠)^{٠}$ ، $(-٣)^{٣}$ ، $٣^{٤}$ ، $(-١)^{٥}$

الترتيب التصاعدى هو : ....

(١٢) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] $(-٣)^{٢} = ...$ (٦ ، ٩ ، -٦ ، -٩)

[٢] $(-٤)^{٠} + ٤^{٠} = ...$ (٢ ، ١ ، صفر ، -١)

[٣] $٢^{٣} + ٢^{٥} = ...$ (٤٠ ، $٤^{٨}$ ، $٢^{١٥}$ ، $٢^{٨}$)

[٤] إذا كان : س = ٣ ، ص = -٢ فإن : $ص^{س} = ...$
(٦ ، -٦ ، ٨ ، -٨)

[٥] إذا كان : س = ٣ ، ص = -٢ فإن :
$س^{٢} + ص^{٢} = ...$ ($٦^{٦}$ ، $-٦^{٦}$ ، ١٣ ، ١٢)

(١٣) أكمل مستخدماً (< أو = أو >) :

[١] $٣^{٢}$ .... $٢^{٣}$ [٢] $٤^{٢}$ .... $٢^{٤}$

[٣] $(-٨)^{٠}$ .... $٨^{٠}$ [٤] $٩^{٠}$ .... $(-١)^{٣}$

[٥] $(-٢)^{١٠}$ .... $٢^{١٠}$ [٦] $(-٥)^{٥}$ .... $٥^{٥}$

[٧] $(-١)^{١٢}$ .... $(-١)^{١١}$ [٨] $٧^{٠}$ ٧

الدرس السادس : الأنماط العددية

نعلم أن :

١) مجموعة الأعداد الطبيعية : ط = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، .... }
و نلاحظ أن : الأعداد الطبيعية ط تمثل تتابعاً من الأعداد وفق قاعدة معينة هى : كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار الواحد
و الشكل التالى يوضح ذلك :

+١ +١ +١ +١ +١ +١
٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

فمثلاً : العدد الأول هو صفر ، و العدد الثانى ١ يتكون من : صفر + ١ (من خلال اتباع السهم) ، و العدد الثالث ٢ يتكون من : ١ + ١ ، و العدد الرابع ٣ يتكون من ٢ + ١ ، .... و هكذا
يسمى هذا التتابع من الأعداد (نمط عددى)

٢) مجموعة الأعداد الفردية : ف ={ ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، .... } ،
مجموعة الأعداد الزوجية : ز ={ ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، .... }
كلاهما تمثل تتابع من الأعداد وفق قاعدة هى :
كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار ٢
و لذلك يمكن تسمية أى منهما (نمط عددى)

النمط العددى : هو تتابع من الأعداد وفقاً لقاعدة معينة

وصف النمط : يقصد به اكتشاف قاعدة النمط و التعبير عنها لفظياً

(١) صف النمط التالى ثم أوجد العدد الخامس و السادس و السابع :
٣ ، ٨ ، ١٣ ، ١٨
وصف النمط : كل عدد يزيد عن سابق مباشرة بمقدار ....
العدد الخامس = العدد الرابع + ... = ... + ... = ...
العدد السادس = العدد الخامس + ... = ... + ... = ...
العدد السابع = العدد السادس + ... = ... + ... = ...

(٢) أكتشف قاعدة النمط و أكتب العدد الناقص و صف النمط :

[أ] ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ ، .... ، .... ، ....
وصف النمط : كل عدد .... عن سابقه مباشرة بمقدار ....

[ب] ٢٠ ، ١٦ ، ١٢ ، ٨ ، .... ، .... ، ....
وصف النمط : كل عدد .... عن سابقه مباشرة بمقدار ....

[ج] ٤ ، .... ، ١٦ ، .... ، .... ، .... ، ....
وصف النمط : كل عدد = حاصل ضرب ٢ × العدد السابق له مباشرة

[د] ١ ، ١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، .... ، .... ، ....
وصف النمط : كل عدد = حاصل ضرب .... × العدد السابق له مباشرة

[٥] ٢ ، .... ، ١٢ ، ١٧ ، ٢٢ ، .... ، ....

وصف النمط : كل عدد .... عن سابقه مباشرة بمقدار ....

[٦] ٣ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٤ ، .... ، .... ، ....

وصف النمط : كل عدد .... العدد السابق له مباشرة

[٧] ١/٢ ، ١/٤ ، ١/٨ ، ١/١٦ ، .... ، .... ، ....

وصف النمط : كل عدد .... العدد السابق له مباشرة

(٣) أكمل الأنماط العددية التالية بكتابة ثلاثة أعداد متتالية :

[١] ٥ ، ١٣ ، ٢١ ، ٢٩ ، .... ، .... ، ....

[٢] ٥ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٤٠ ، .... ، .... ، ....

[٣] ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، .... ، .... ، ....

[٤] ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، .... ، .... ، ....

[٥] ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ ، .... ، .... ، ....

[٦] ١/٢ ، ٢/٣ ، ٣/٤ ، ٤/٥ ، ٥/٦ ، .... ، .... ، ....

[٧] ١/٣ ، ٢/٣ ، ١ ، ٤/٣ ، .... ، .... ، ....

مثلث باسكال :

من الأنماط العددية المشهورة عالمياً مثلث باسكال

من خلاله نلاحظ :

كل صف يبدأ و ينتهى بالعدد (١)

بعد الصف الثانى :

كل عدد يمثل مجموع العددين الأعلى منه مباشرة على يمينه و يساره (لاحظ الأسهم)

فنجد مثلاً :

٢ = ١ + ١ ، ٣ = ١ + ٢ ، ٤ = ١ + ٣ ، ٦ = ٣ + ٣ ، .... و هكذا

الصف الأول　١

الصف الثانى　١　١

١　٢　١

١　٣　٣　١

١　٤　٦　٤　١

(٤) من خلال مثلث باسكال أكمل ما يلى :

[١] عناصر الصف السادس هى : .....

[٢] عناصر الصف السابع هى : .....

[٣] مجموع الأعداد بكل صف هو : .....

[٤] عناصر القطر الأول هى : (١ ، ١ ، ١ ، .... ، ....)

، عناصر القطر الثانى هى : (١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ....)

، عناصر القطر الثانى هى : (١ ، ٣ ، ٦ ، .... ، ....)

(٥) أكتب عدد القطع المستقيمة أسفل كل شكل ، ثم أكتب النمط العددى المعبر عن ذلك و صفه

....　　....　　....　　....

عدد القطع المستقيمة : .... ، .... ، .... ، .....

النمط العددى : .... ، .... ، .... ، .....

وصف النمط : ....

(٦) أكتب عدد القطع المستقيمة أسفل كل شكل ، ثم أكتب النمط العددى المعبر عن ذلك و صفه

....　　....　　....　　....

عدد القطع المستقيمة : .... ، .... ، .... ، .....

النمط العددى : .... ، .... ، .... ، .....

وصف النمط : ....

(٧) فى دفتر توفير مريم ١٠٠ جنيه و تضيف فى بداية كل شهر ٢٥ جنيهاً بعد كم شهر يصبح فى دفتر توفير مريم ٢٢٥ جنيهاً
أكتب النمط العددى المعبر عن ذلك

١٠٠ ، .... ، .... ، .... ، .... ، ....

يصبح المبلغ ٢٢٥ جنيهاً بعد .... شهور

(٨) فى رصيد ماهر ٥٠٠ جنيه و يسحب فى بداية كل شهر ٥٠ جنيهاً بعد كم شهر يصبح رصيد ماهر ٣٠٠ جنيهاً
أكتب النمط العددى المعبر عن ذلك

٥٠٠ ، .... ، .... ، .... ، ....

يصبح الرصيد ٣٠٠ جنيهاً بعد .... شهور

(٩) فى عام ٢٠١١ كان عدد تلاميذ إحدى المدارس ٦٠٠ تلميذاً فإذا كان عدد التلاميذ يزيد كل عام ٥٠ تلميذاً ففى أى عام يصبح عدد التلاميذ ٩٠٠ تلميذاً

العام	٢٠١١								
عدد التلاميذ	٦٠٠								

الوحدة الثانية المعادلات و المتباينات

الدرس الأول : المعادلة و المتباينة من الدرجة الأولى

مفهوم المعادلة :

نعلم أن : العبارات الرياضية تنقسم إلى نوعين هما :

١) عبارات عددية مثل :

٥ + ٦ = ١١ ، ١٤ – ١٠ = ٤ ، ٣ × ٥ = ١٥

٢) عبارات رمزية مثل :

∆ + ٤ = ٩ ، س – ١ = ٧ ، ٢ × ص = ٨

ملاحظات :

١] العبارات العددية تسمى : جملاً رياضية مغلقة
لأننا نستطيع أن نحكم عليها (صواب أم خطأ)

٢] العبارات الرمزي ة تسمى : جملاً رياضية مفتوحة
لأننا لا نستطيع الحكم عليها (صواب أم خطأ)
لوجود رمز مثل (∆ أو س أو ص) قيمته مجهولة

٣] عند إستبدال الرمز بقيمته العددية تتحول الجملة الرياضية المفتوحة إلى جملة رياضية مغلقة فمثلاً :
فى العبارة الرمزية : س – ١ = ٧
إذا إستبدلنا س بالعدد ٨ ينتج :
٨ – ١ = ٧ (جملة رياضية مغلقة)

٤] تسمى الجملة الرياضية سواء كانت مغلقة أو مفتوحة (معادلة)

المعادلة : هى جملة رياضية تتضمن علاقة تساوى بين عبارتين رياضيتين

من التعريف نستنتج :

١) المعادلة لها طرفان بينهما علاقة (=)
فمثلاً : س – ١ = ٧
طرفها الأيمن العبارة الرياضية الرمزية (س – ١) ،
طرفها الأيسر العبارة الرياضية العددية (٧)

٢) فى المعادلة : س – ١ = ٧
الرمز (س) بالطرف الأيمن يسمى : (المجهول)
و هو الرمز الذى نريد معرفة قيمته

(١) حدد أياً مما يلى يمثل معادلة أم لا ؟ و لماذا ؟ كما بالمثال :

مثال : س + ٣ = ٥ (تمثل معادلة)
لأنها تتضمن تساوى بين عبارتين رياضيتين

[١] ص – ١ = ٦ (....)
لأنها .... بين عبارتين رياضيتين

[٢] ٨ + ٥ = ١٣ (....)
لأنها .... بين عبارتين رياضيتين

[٣] س – ٤ = ٩ (....)
لأنها .... بين عبارتين رياضيتين

[٤] س – ٨ (....)
لأنها .... بين عبارتين رياضيتين

مفهوم المتباينة :

١) فى الشكل المقابل :
ميزان فى وضع ا لتساوى ، بكفته اليمنى
كيس به عدد غير معروف من التفاح
(س) + تفاحتان ، و بكفته اليسرى (٥ تفاحات)
نعبر عن وضع الميزان بالمعادلة : س + ٢ = ٥

٢) أما فى الشكل الثانى :
تم إضافة تفاحة واحدة للكفة اليمنى
فأصبح الطرف الأيمن (س + ٣)
أكبر من الطرف الأيسر (٥ تفاحات) و يمكن التعبير عن هذه
الحالة بالجملة الرياضية : س + ٣ > ٥

٣) و فى الشكل الثالث :
تم إضافة تفاحة واحدة للكفة اليسرى
فأصبح الطرف الأيمن (س + ٣)
أقل من الطرف الأيسر (٦ تفاحات) و يمكن التعبير عن هذه
الحالة بالجملة الرياضية : س + ٣ < ٦

مما سبق نستنتج أن :
كلاً من الجمل الرياضية : س + ٣ > ٥ ، س + ٣ < ٦
تسمى متباينة لوجود علامة التباين بين الطرفين

المتباينة :
هى جملة رياضية تتضمن علامة التباين بين عبارتين رياضيتين

أحمد الشنتوى

ملاحظة :

علامات التباين هى :
> : أكبر من ، < : أقل من
≤ : أكبر من أو يساوى ، ≥ : أقل من أو يساوى

(٢) حدد أياً مما يلى يمثل معادلة أم متباينة ؟ و لماذا ؟ كما بالمثال :
مثال : س + ٤ > ٩ (تمثل متباينة)
لأنها تتضمن علامة تباين بين عبارتين رياضيتين

[١] س – ١ < ٥ (....)
لأنها .... بين عبارتين رياضيتين

[٢] س + ٧ (....)
لأنها .... بين عبارتين رياضيتين

[٣] ٣ س > ٦ (....)
لأنها .... بين عبارتين رياضيتين

[٤] ٢ س + ١ = ١١ (....)
لأنها .... بين عبارتين رياضيتين

درجة المعادلة :

تتحدد درجة المعادلة بأكبر قوة (أس) مرفوع لها المجهول
(الرمز) بالمعادلة فمثلاً :
س + ١ = ١١ معادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد هو س

أحمد الشنتوى

$س^٢ + ٥ = ٩$ معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد هو س

$س^٣ + س = ١٠$ معادلة من الدرجة الثالثة فى مجهول واحد هو س

، .... و هكذا

حل المعادلة أو المتباينة :

يقصد بحل المعادلة أو المتباينة التوصل لقيمة المجهول (الرمز) الموجود بالمعادلة أو المتباينة

و لكى يتم ذلك نحتاج إلى ما يسمى بمجموعة التعويض

مجموعة التعويض :

هى المجموعة التى ينتمى إليها المجهول (الرمز) فى المعادلة أو المتباينة

ملاحظات :

١) مجموعة التعويض هى مجموعة من الأعداد الصحيحة يتم التعويض بعناصرها فى طرفى المعادلة أو المتباينة لبحث إمكانية تحقيقها

٢) أية عناصر من عناصر مجموعة التعويض يحقق طرفى المعادلة (يجعلها متساوية) يمثل مجموعة الحل

مجموعة الحل :

هى المجموعة التى تحقق عناصرها المعادلة أو المتباينة

ملاحظات :

١) مجموعة الحل مجموعة جزئية من مجموعة التعويض

٢) فى حالة المعادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد : للمجهول قيمة واحدة هى أحد عناصر مجموعة التعويض

٣) فى حالة المتباينة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد : للمجهول قيمة واحدة أو أكثر من عناصر مجموعة التعويض

مثال (١) : باعتبار مجموعة التعويض ع = { -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ }

أوجد مجموعة حل المعادلة : ٣ س - ٢ = ٤

الحل

نعوض بعناصر مجموعة التعويض ع فى الطرف الأيمن (٣ س - ٢) لتحديد العناصر التى تحقق المعادلة كما يلى :

عندما : س = -٢ يكون :

٣ × (-٢) - ٢ = -٦ - ٢ = -٨ ≠ ٤

إذن : العدد (-٢) لا يحقق المعادلة

عندما : س = -١ يكون :

٣ × (-١) - ٢ = -٣ - ٢ = -٥ ≠ ٤

إذن : العدد (-١) لا يحقق المعادلة

عندما : س = ٠ يكون :

٣ × (٠) - ٢ = ٠ - ٢ = -٢ ≠ ٤

إذن : العدد (٠) لا يحقق المعادلة

عندما : س = ١ يكون :

٣ × (١) - ٢ = ٣ - ٢ = ١ ≠ ٤

إذن : العدد (١) لا يحقق المعادلة

عندما : س = ٢ يكون :

٣ × (٢) – ٢ = ٦ – ٢ = ٤ = ٤

إذن : العدد (٢) يحقق المعادلة

نستنتج أن : مجموعة الحل = { ٢ }

لاحظ : { ٢ } ⊂ { –٢ ، –١ ، ٠ ، ١ ، ٢ }

(٣) باعتبار مجموعة التعويض ع = { –٢ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

أوجد مجموعة حل المعادلة : ٣ س + ١ = ١٠

نعوض بعناصر مجموعة التعويض ع فى الطرف الأيمن (....) لتحديد العناصر التى تحقق المعادلة كما يلى :

عندما : س = – ٢　　يكون :

٣ × (....) + ١ = ... + ... = ...　　١٠

إذن : العدد (– ٢)　....　المعادلة

عندما : س = ...　　يكون :

٣ × (....) + ١ = ... + ... = ...　　١٠

إذن : العدد (....)　.....　المعادلة

عندما : س = ...　　يكون :

٣ × (....) + ١ = ... + ... = ...　　١٠

إذن : العدد (....)　.....　المعادلة

عندما : س = ...　　يكون :

٣ × (....) + ١ = ... + ... = ...　　١٠

نستنتج أن : مجموعة الحل = { .... }

(٤) أوجد مجموعة الحل للمعادلات التالية :

[أ] ٢ س – ٧ = – ١

إذا كانت مجموعة التعويض هى { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

[٢] ٤ س + ١ = – ٣
إذا كانت مجموعة التعويض هى { ٠ ، – ١ ، – ٢ }

[٣] ٥ س = ١٠
إذا كانت مجموعة التعويض هى { ٠ ، ١ ، ٢ }

مثال (٢) : باعتبار مجموعة التعويض ع = { – ٢ ، – ١ ، ٢ ، ٤ }
أوجد مجموعة حل المتباينة : ٣ س – ٢ < ٤

الحل

نعوض بعناصر مجموعة التعويض ع فى الطرف الأيمن (٣ س – ٢) لتحديد العناصر التى تحقق المتباينة كما يلى :

عندما : س = – ٢ يكون :
٣ × (– ٢) – ٢ = – ٦ – ٢ = – ٨ < ٤
إذن : العدد (– ٢) يحقق المتباينة

عندما : س = – ١ يكون :
٣ × (– ١) – ٢ = – ٣ – ٢ = – ٥ < ٤
إذن : العدد (– ١) يحقق المتباينة

عندما : س = ٢ يكون :
٣ × (٢) – ٢ = ٦ – ٢ = ٤ ≮ ٤
إذن : العدد (٢) لا يحقق المتباينة

عندما : س = ٤ يكون :
٣ × (٤) – ٢ = ١٢ – ٢ = ١٠ ≮ ٤
إذن : العدد (٤) لا يحقق المتباينة

نستنتج أن : مجموعة الحل = { – ٢ ، – ١ }

لاحظ : { – ٢ ، – ١ } ⊂ { – ٢ ، – ١ ، ٢ ، ٤ }

(٥) باعتبار مجموعة التعويض ع = { – ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ }

أوجد مجموعة حل المتباينة : ٢ س + ١ > ٧

نعوض بعناصر مجموعة التعويض ع فى الطرف الأيمن (٢ س + ١)

لتحديد العناصر التى تحقق المتباينة كما يلى :

عندما : س = – ١ يكون :

٢ × (....) + ١ = ... + ... = ... ٧

إذن : العدد (– ١) .... المتباينة

عندما : س = ... يكون :

٢ × (....) + ١ = ... + ... = ... ٧

إذن : العدد (....) .... المتباينة

عندما : س = ... يكون :

٢ × (....) + ١ = ... + ... = ... ٧

إذن : العدد (....) .... المتباينة

عندما : س = ... يكون :

٢ × (....) + ١ = ... + ... = ... ٧

إذن : العدد (....) .... المتباينة

نستنتج أن : مجموعة الحل = { ..... }

(٦) أوجد مجموعة الحل للمتباينات التالية :

[أ] س – ٥ > ١

إذا كانت مجموعة التعويض هى { – ٢ ، ١ ، ٣ ، ٧ }

أحمد الشنتورى

[٢] ١ – ٢ س > ٩

إذا كانت مجموعة التعويض هى { – ٤ ، – ٣ ، ٣ ، ٤ }

[٣] ٣ س – ١ > – ٢

إذا كانت مجموعة التعويض هى { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

الدرس الثانى : حل المعادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد

نعلم أن :

حل المعادلة :

هو التوصل لقيمة المجهول (الرمز) الموجود بالمعادلة

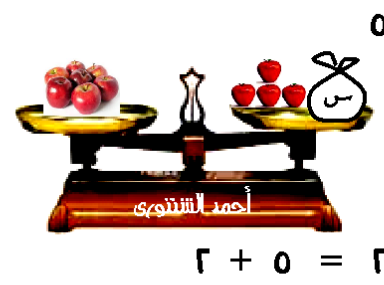
و حيث أن استخدام مجموعة التعويض للوصول إلى مجموعة الحل طويلة و شاقة و ربما تكون مستحيلة إذا كانت عناصر مجموعة التعويض غير منهية مثل : ط ، صـ

لذا أتفق على طرق أسهل و أبسط تعتمد بشكل أساسى على خواص التساوى فى ط ، صـ و هى كما يلى :

خواص التساوى فى ط ، صـ :

١) خاصية الإضافة و الحذف :

فى الشكل المقابل :
الكفة اليمنى بها كيس فيه عدد غير معروف من التفاح مضافاً إليه تفاحتين
الكفة اليسرى بها خمس تفاحات
و كانت الكفتان متعادلتان فإنه يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمعادلة : س + ٢ = ٥



و فى الشكل المقابل :
إذا أضفنا تفاحتين لكل من الكفتين بحيث ظلت الكفتان متعادلتان فإنه يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمعادلة : س + ٢ + ٢ = ٥ + ٢

أى : س + ٤ = ٧

أيضاً فى الشكل المقابل :
إذا رفعنا (حذفنا) أربع تفاحات من كل من الكفتين (من الميزان بالشكل السابق) بحيث ظلت الكفتان متعادلتان فإنه يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمعادلة : س + ٤ − ٤ = ٧ − ٤

أى : س = ٣

مما سبق نستنج أن :

إذا كان : أ ، ب ، حـ ∈ صـ ، و كان : أ = ب فإن :

أ + حـ = ب + حـ ، أ − حـ = ب − حـ

تستخدم خاصية الحذف و الإضافة فى حل معادلة الدرجة الأولى فى مجهول واحد كما بالمثال التالى :

مثال (١) : أوجد مجموعة حل المعادلتين التاليتين :

[١] س + ٢ = ٥   [٢] س − ٣ = ٤

الحل

[١] س + ٢ = ٥   بإضافة (− ٢) للطرفين

س + ٢ − ٢ = ٥ − ٢   خاصية المعكوس الجمعى

س = ٣   خاصية المحايد الجمعى

إذن : مجموعة الحل = { ٣ }

التحقق من صحة الحل :

نعوض عن س = ٣ فى المعادلة : س + ٢ = ٥

فنجد : الطرف الأيمن = ٣ + ٢ = ٥ = الطرف الأيسر

إذن : س = ٣ يحقق المعادلة

[٢] س − ٣ = ٤   بإضافة (٣) للطرفين

س − ٣ + ٣ = ٤ + ٣   خاصية المعكوس الجمعى

س = ٧   خاصية المحايد الجمعى

إذن : مجموعة الحل = { ٧ }

التحقق من صحة الحل :

نعوض عن س = ٧ فى المعادلة : س − ٣ = ٤

فنجد : الطرف الأيمن = ٧ − ٣ = ٤ = الطرف الأيسر

إذن : س = ٧ يحقق المعادلة

(١) أوجد مجموعة حل المعادلتين التاليتين :

[أ] س + ٦ = ١   [ب] س − ٢ = ٨

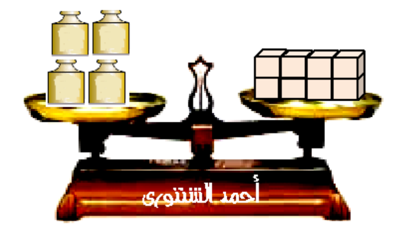
أ) خاصية الضرب و القسمة :

فى الشكل المقابل :

الكفة اليمنى بها أربع قطع معدنية لها نفس الوزن و وزن كل منها (س)
الكفة اليسرى بها ثقلان مقدار كل منهما ٢٠ كجم و كانت الكفتان متعادلتان فإنه يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمعادلة : ٤ س = ٢٠ + ٢٠

أى : ٤ س = ٤٠

و فى الشكل المقابل :



إذا ضاعفنا الوزن فى كلا الكفتين فأصبح بالكفة اليمنى (٨) قطع لكل منها نفس الوزن (س) و الكفة اليسرى (٤) أثقال وزن كل منها ٢٠ كجم بحيث ظلت الكفتان متعادلتان فإنه يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمعادلة : ٨ س = ٨٠ و التى تعنى : ٢ × ٤ س = ٢ × ٢٠

أيضاً فى الشكل المقابل :

إذا حذفنا $\frac{٣}{٤}$ (رفعنا) الوزن من كل كفة ليصبح بالكفة اليمنى قطعتين وزن كل منها (س) و بالكفة اليسرى ثقل واحد وزنه ٢٠ كجم بحيث ظلت الكفتان متعادلتان فإنه يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمعادلة :

٢ س = ٢٠ و التى تعنى : $\frac{٢ س}{٢} = \frac{٢٠}{٢}$

مما سبق نستنتج أن :

إذا كان : أ ، ب ، ج ∈ ص ، و كان : أ = ب فإن :

أ × ج = ب × ج ، أ ÷ ج = ب ÷ ج

تستخدم خاصية الضرب و القسمة فى حل معادلة الدرجة الأولى فى مجهول واحد كما بالمثال التالى :

مثال (٢) : أوجد مجموعة حل المعادلة التالية : ٣ س = ١٥

الحل

٣ س = ١٥ بقسمة الطرفين على ٣

$\frac{٣ س}{٣} = \frac{١٥}{٣}$

س = ٣ إذن : مجموعة الحل = { ٣ }

(٢) أوجد مجموعة حل المعادلة التالية : ٥ س = ١٥

مثال (٣) : أوجد مجموعة حل المعادلة التالية : ٣ س + ٢٠ = ٢

فى ط ، ص

الحل

٣ س + ٢٠ = ٢ بإضافة (– ٢٠) للطرفين

٣ س + ٢٠ – ٢٠ = ٢ – ٢٠

٣ س = – ١٨ بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :

س = – ٦

إذن : مجموعة الحل فى ط = ∅

لاحظ أن : – ٦ ∉ ط

، إذن : مجموعة الحل فى ص = { – ٦ }

(٣) أوجد مجموعة حل المعادلة التالية : ٥ س + ١٣ = ٣

فى ط ، ص

مثال (٤) : عدد إذا أضيف إلى ضعفه كان الناتج ٣٦ أوجد العدد

الحل

نفرض أن : العدد = س إذن : ضعفه = ٢ س

إذن : ٢ س + س = ٣٦

إذن : ٣ س = ٣٦ بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :

س = ١٢ إذن العدد هو : ١٢

(٤) عدد إذا أضيف إلى أربعة أمثاله كان الناتج ٣٥ أوجد العدد

(٥) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية فى ط :

[١] س + ٢ = ٧

[٢] ٣ س – ١ = ٨

[٣] ٢ س + ٤ = ٦

(٦) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية فى ص :

[١] س + ١ = ٥

أحمد الشنتوى

[٢] ٣ س – ٢ = ١٣

[٣] ٢ س + ٣ = ٥

(٧) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] أى مما يلى يمثل معادلة ....

(س + ٣ ، س < ٩ ، ٢ س = ٤ ، ٢ + ٣ > ٧)

[٢] ٦ س – ١ = ٧ من الدرجة ....

(الأولى ، الثانية ، الثالثة ، الرابعة)

[٣] ٢ س^{٢} – ١ = ١٧ من الدرجة ....

(الأولى ، الثانية ، الثالثة ، الرابعة)

[٤] مجموعة حل المعادلة : س – ١ = ٢ فى ط هى ....

({ –١ } ، { ٢ } ، { –٣ } ، { ٣ })

[٥] مجموعة حل المعادلة : ٤ س = – ٨ فى ط هى ....

({ –٢ } ، { ٢ } ، { –٤ } ، ∅)

[٦] مجموعة حل المعادلة : ٤ س = – ٨ فى ص هى ....

({ –٢ } ، { ٢ } ، { –٤ } ، ∅)

[٧] مجموعة حل المعادلة : ٢ س + ٣ = ٣ فى ص هى ....

({ –٣ } ، { ٣ } ، { صفر } ، ∅)

[٨] مجموعة حل المعادلة : س + ٣ = | –٦ | فى ص هى ....

({ –٣ } ، { ٣ } ، { –٩ } ، { ٩ })

[٩] إذا كان : س + ٥ = ٨ فإن : س + ٢ = ...

(٥ ، ٣ ، –٥ ، –٣)

[١٠] إذا كان : ٦ س = ١٢ فإن : س – ٥ = ...

(٥ ، ٣ ، –٥ ، –٣)

[١١] العدد الطبيعى التالى للعدد الطبيعى (س + ١) هو ....

(س – ١ ، س – ٢ ، س + ٢ ، س)

[١٢] عددان صحيحان مجموعهما ٥ فإذا كان أحد العددين س فإن العدد الآخر يساوى ....

(٥ – س ، س – ٥ ، س + ٥ ، ٥ س)

[١٣] إذا كان محمد الآن (س + ٥) سنة فإن عمره منذ ٥ سنوات هو ....

(٥ – س ، س – ٥ ، س ، ٥ س)

الدرس الثالث : حل المتباينة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد

نعلم أن :

تم استخدام خواص التساوى فى ط ، ص للتغلب على مشكلات حل المعادلة باستخدام مجموعة التعويض

أيضاً نظراً لأن حل المتباينة بطريقة التعويض يعد طويلاً و مرهقاً و و مستحيلاً أحياناً مع المجموعات غيلا المنتهية

لذا سنتعرض لحل المتباينة باستخدام خواص التباين فى ط ، ص

خواص التباين فى ط ، ص :

١) خاصية الإضافة و الحذف :

فى الشكل المقابل : الكفة اليمنى بها كيس دقيق وزنه ٣ كجم ، و الكفة اليسرى بها كيس وزنه ٢ كجم ، واضح من الشكل أن الكيس (أ) أثقل من الكيس (ب) يمكن التعبير عن هذه الحالة بالمتباينة : ٣ > ٢ أو : أ > ب

و فى الشكل المقابل : إذا أضفنا ثقل قدره ٢ كجم لكلا الكفتين نلاحظ استقرار الميزان فى نفس وضعه يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمتباينة :



٣ + ٢ > ٢ + ٢ أو : أ + ٢ > ب + ٢

أيضاً فى الشكل المقابل : إذا رفعنا (حذفنا) الثقلين من كل من الكفتين نلاحظ عودة الميزان إلى نفس وضعه فى الحالة الأولى يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمتباينة : ٣ > ٢ أو : أ > ب

مما سبق نستنتج أن :

إذا كان : أ ، ب ، حـ ∈ ص ، و كان : أ > ب فإن :

أ + حـ > ب + حـ ، أ − حـ > ب − حـ

حيث : حـ عدد موجب أو سالب

تستخدم خاصية الحذف و الإضافة فى حل معتباينة الدرجة الأولى فى مجهول واحد كما بالمثال التالى :

مثال (١) : أوجد مجموعة حل المتباينة : س + ٢ < ٥

[١] حيث : س ∈ ط ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

[٢] حيث : س ∈ ص ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

الحل

س + ٢ < ٥ بإضافة (− ٢) للطرفين

س + ٢ − ٢ < ٥ − ٢

س < ٣

[١] حيث : س ∈ ط فإن : مجموعة الحل = { ٢ ، ١ ، ٠ }

٥- ٤- ٣- ٢- ١- ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

[٢] حيث : س ∋ ط فإن : مجموعة الحل = { ٢ ، ١ ، ٠ ، .... }

٥ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ –١ –٢ –٣ –٤ –٥

(١) أوجد مجموعة حل المتباينة : س – ٣ > ١

[١] حيث : س ∋ ط ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

[٢] حيث : س ∋ ص ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

١) **خاصية الضرب و القسمة :**

فى الشكل المقابل :
الكفة اليمنى بها ثقل (أ) قدره ٢ كجم و الكفة اليسرى بها ثقل (ب) قدره ١ كجم واضح أنه يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمتباينة : ٢ > ١

أو : أ > ب

و فى الشكل المقابل :
إذا ضاعفنا الوزن فى كلا الكفتين فأصبح بالكفة اليمنى ٤ كجم و الكفة اليسرى ٢ كجم فإن الميزان يستقر فى نفس وضعه
يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمتباينة :

٢ × ٢ = ٢ × ١ أو : ٢ أ > ٢ ب

أيضاً فى الشكل المقابل :
بالكفة اليمنى خمس كتب وزن كل (س) و بالكفة اليسرى ثقل مقداره ٢٠٠ جم يمكن التعبير عن وضع الميزان فى هذه الحالة بالمتباينة : ٥ س > ٢٠٠

أى : ٥ × س > ٥ × ٤٠ ، بقسمة الطرفين على ٥

ينتج : س > ٤٠

ملاحظة :
عند القسمة على عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين

مما سبق نستنتج أن :
إذا كان : أ ، ب ، حـ ∋ ص ، و كان :

أ × حـ > ب × حـ ، حـ > ٠ فإن : أ > ب

أ × حـ > ب × حـ ، حـ < ٠ فإن : أ < ب

ملاحظة :

يمكن استنتاج خواص علاقة التباين السابقة فى جميع علاقات التباين : < أو > أو ≤ أو ≥

مثال (٢) : أوجد مجموعة حل المتباينة التالية : ٣ س + ١٠ < ١

[١] حيث : س ∈ ط ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

[٢] حيث : س ∈ صـ ، ثم مثل الحل على خط الأعداد

الحل

٣ س + ١٠ < ١ بإضافة (– ١٠) للطرفين

٣ س + ١٠ – ١٠ < ١ – ١٠

٣ س < – ٩ بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :

س < – ١

[١] و حيث : س < – ١ غير ممكنة فى ط

إذن : مجموعة الحل فى ط = ∅

[٢] و حيث : س < – ١ ممكنة فى صـ

إذن : مجموعة الحل فى صـ = { – ٢ ، – ٣ ، – ٤ ، .... }

٥ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ –١ –٢ –٣ –٤ –٥

(٢) أوجد مجموعة حل المتباينة التالية : ٥ س + ١٣ < ٣

فى ط ، صـ

(٣) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية فى ط :

ثم مثل الحل على خط الأعداد

[١] س + ٢ < ٧

[٢] ٣ س − ١ ≤ ٨

(٤) أوجد مجموعة حل المتباينات التالية فى ص :
ثم مثل الحل على خط الأعداد

[أ] ٢ س − ٥ ≥ − ٧

[٢] ٥ − س < ٦

[٣] ١ − ٢ س ≤ ٣

(٥) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] أى مما يلى يمثل متباينة ....
(٥ = ٣ + ٢ ، ٤ = س ٢ ، ٩ < س ، ٣ + س)

[٢] العدد الذى يحقق المتباينة : س − ١ > ٢ هو ....
(٥ ، ٣ ، ٢ ، ١)

[٣] العدد الذى يحقق المتباينة : س < − ٣ هو ....
(صفر ، − ٤ ، ٢ ، − ٢)

[٤] مجموعة حل المتباينة : ٢ ≥ س < ٣ فى ط هى ....
({ ٣ ، ٢ } ، { ٠ } ، { ٣ } ، { ٢ })

[٥] مجموعة حل المتباينة : − ١ < س ≥ ١ فى ص هى ....
({ ١ ، ٠ } ، { ١ ، − ١ } ، { ٠ } ، { − ١ })

[٦] مجموعة حل المتباينة : − ٢ < ٢ س < ٢ فى ص هى ....
({ ٢ } ، { − ٢ } ، { ٠ } ، { − ١ })

[٧] أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة : ٣ ≥ س < ٦ هو ....
(٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣)

[٨] إذا كان : ٢ س + ٥ > ٣ فإن : س ∈ ....
(ص_ ، ص+ ، ∅ ، ط)

[٩] العدد الذى يحقق المتباينة : − س < ٣ هو ....
(− ٥ ، − ٤ ، − ٢ ، − ٣)

[١٠] إذا كان : س < ٣ فإن : س + ٥ < ....
(٨ ، ٥ ، ٤ ، ٣)

[١١] إذا كان : س < ص فإن : − ٢ س .... − ٢ ص
(> ، = ، <)

[١٢] إذا كان : س < ٤ فإن : − س < ....
(− ٤ ، ٥ ، ٤ ، ٣)

(٦) عبر رمزياً عن كل مما يلى :

[١] س أصغر من (− ١)

[٢] س أكبر من أو تساوى ٥

[٣] س أصغر من أو تساوى ٦ و أكبر (− ٢)

[٤] س أصغر من ٥ و أكبر من ٢

الوحدة الثالثة الهندسة و القياس

الدرس الأول : المسافة بين نقطتين فى مستوى الإحداثيات

أولاً : المسافة بين نقطتين على شعاع

نعلم أن :

يمكن ايجاد المسافة بين أى نقطتين على شعاع أفقى أو شعاع رأسى من العلاقة :

المسافة بين نقطتين = عدد نقطة النهاية – عدد نقطة البداية

فمثلاً :

إذا كان الشعاع أفقياً

فى الشكل المقابل :

الشعاع الأفقى $\overleftarrow{\text{و س}}$ مقسم لمسافات متساوية بدءاً من النقطة (و) التى تمثل العدد (صفر) و يليه الأعداد : ١ ، ٢ ، ٣ ، ....

فإذا كانت : النقطة أ تمثل العدد ٥ ، و النقطة ب تمثل العدد ٩ فإن :

طول $\overline{\text{أ ب}}$ (أ ب) = ٩ – ٥ = ٤ وحدات طول

إذا كان الشعاع رأسياً : فى الشكل المقابل :

الشعاع الرأسى $\overleftarrow{\text{و ص}}$ مقسم لمسافات متساوية بدءاً من النقطة (و) التى تمثل العدد (صفر)

فإذا كانت نقطة أ تمثل العدد ٢ ، نقطة ب تمثل العدد ٧ ، نقطة حـ تمثل العدد ١٠

فإن : أ ب = ٧ – ٢ = ٥ وحدات طول

، أ حـ = ١٠ – ٢ = ٨ وحدات طول

، ب حـ = ١٠ – ٧ = ٣ وحدات طول

ثانياً : المسافة بين نقطتين فى مستوى الإحداثيات للأعداد الطبيعية

نعلم أن : يتحدد موضع أى نقطة فى مستوى الإحداثيات للأعداد الطبيعية بزوج مرتب وحيد

ففى الشكل المقابل :

النقطة ء تناظر الزوج المرتب (٢ ، ٨) ،

و تكتب : ء (٢ ، ٨)

بالمثل : أ (٤ ، ٢)

، ب (٤ ، ٦)

، حـ (٨ ، ٢)

عند حساب المسافة بين نقطتين :

١) نحدد القطعة المستقيمة الواصلة بينهما

٢) نحدد هل هى توازى $\overleftarrow{\text{و س}}$ أم $\overleftarrow{\text{و ص}}$

٣) إذا كانت توازى $\overleftarrow{\text{و س}}$ نحسب كأننا على شعاع أفقى ، و إذا كانت توازى $\overleftarrow{\text{و ص}}$ نحسب كأننا على شعاع رأسى

فمن الشكل السابق نجد : أ ب = ٦ – ٢ = ٤ وحدات طول

، أ حـ = ٨ – ٤ = ٤ وحدات طول

و يكون : Δ أ ب حـ متساوى الساقين ، قائم الزاوية

و تكون مساحته = $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٤

= ٨ وحدة مساحة (وحدة مربعة)

ثالثاً : المسافة بين نقطتين على خط مستقيم

يقصد بالخط المستقيم هذا خط الأعداد الصحيحة سواء أفقياً أو رأسياً و كما نعلم فهو توسيع لشعاع الأعداد الطبيعية بإضافة صـ_

عند حساب المسافة على خط الأعداد الصحيحة :

نأخذ فى الاعتبار

١) القيمة المطلقة و هى =

| عدد نقطة النهاية ـ عدد نقطة البداية |

٢) خواص الجمع و الطرح فى صـ

من الشكل نلاحظ :

على المستقيم الأفقى :

نقطة ﺃ تمثل العدد (ـ ٣) ، نقطة ب تمثل العدد ٤ حـ

و يكون : ﺃ ب = | ٧ ـ (ـ ٣) |

= | ٧ + ٣ | = ١٠ وحدات طول

، ﺃ و = | ٠ ـ (ـ ٣) | = | ٠ + ٣ | = ٣ وحدات طول

على المستقيم الرأسى :

نقطة حـ تمثل العدد (ـ ٥) ، نقطة ء تمثل العدد (ـ ٢)

، حـ ء = | (ـ ٥) ـ (ـ ٢) | = | (ـ ٥) + ٢) |

| ـ ٣ | = ٣ وحدات طول

رابعاً : المسافة بين نقطتين فى مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة

الشكل المقابل يمثل مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة

لاحظ : يتحدد موضع أى نقطة بزوج مرتب

حساب المسافة بين نقطتين : يتم كما كان يحدث فى مستوى ط مع الأخذ فى الاعتبار

١) توسيع الأعداد و تمديدها بإضافة صـ_

٢) خواص الجمع و الطرح فى صـ

من الشكل : ﺃ ب حـ ء مربع

حيث : و (٠ ، ٠) ، ﺃ (٤ ، ٠) ، ب (٤ ، ٤) ، حـ (٠ ، ٤)

، ﺃ و = | ٤ ـ ٠ | = | ٤ | = ٤ وحدات طول

، ﺃ ب = | ٤ ـ ٠ | = | ٤ | = ٤ وحدات طول

، ب حـ = | ٤ ـ ٠ | = | ٤ | = ٤ وحدات طول

، حـ و = | ٤ ـ ٠ | = | ٤ | = ٤ وحدات طول

محيط المربع ﺃ ب حـ ء = ٤ × طول ضلعه = ٤ × ٤ = ١٦ وحدة طول

مساحة المربع ﺃ ب حـ ء = طول الضلع × نفسه

= ٤ × ٤ = ١٦ وحدة مربعة

أحمد الشنتورى

(١) فى مستوى الإحداثيات المقابل أكمل :

[١] أ (... ، ...) ،
ب (... ، ...) ،
حـ (... ، ...) ،
ء (... ، ...) ،

[٢] أ ب = ... وحدة
أ ء = ... وحدة
ب حـ = ... وحدة
حـ ء = ... وحدة

[٣] الشكل أ ب حـ ء يمثل : ...

[٤] مساحة الشكل أ ب حـ ء = ... = ... وحدة مربعة

[٥] محيط الشكل أ ب حـ ء = ... = ... وحدة طول

[٦] حدد هل الشكل أ ب حـ ء متماثل حول محور السينات ؟
و لماذا ؟ ......

[٧] حدد هل الشكل أ ب حـ ء متماثل حول محور الصادات ؟
و لماذا ؟ ......

(٢) فى مستوى الإحداثيات التالى :

[١] حدد النقط أ (– ١ ، ٢) ، ب (٣ ، ٢) ، حـ (٣ ، ٦)
ثم صل النقاط : أ ، ب ، حـ

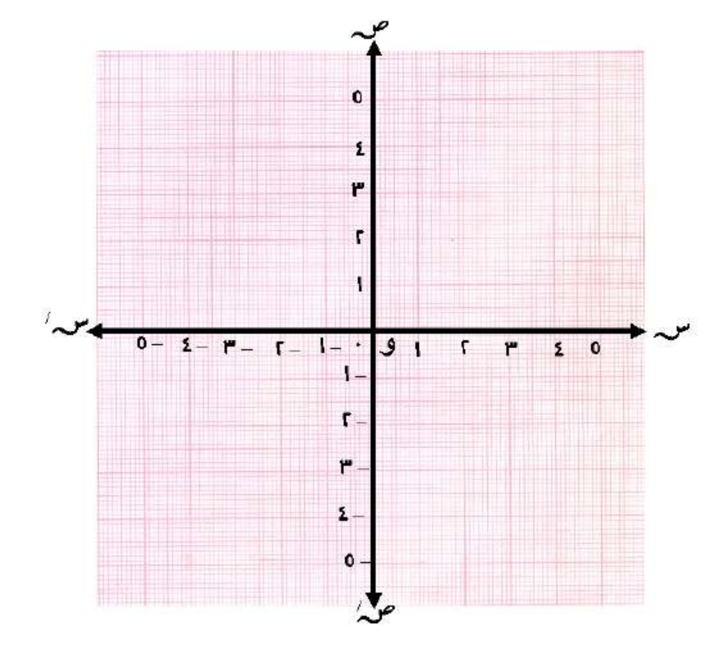
[٢] أ ب = ... وحدة طول

[٣] ب حـ = ... وحدة طول

[٤] نوع Δ أ ب حـ بالنسبة لزواياه ....

[٥] نوع Δ أ ب حـ بالنسبة لأضلاعه ....

[٦] مساحة Δ أ ب حـ = ... وحدة مربعة



(٣) فى مستوى الإحداثيات التالى :

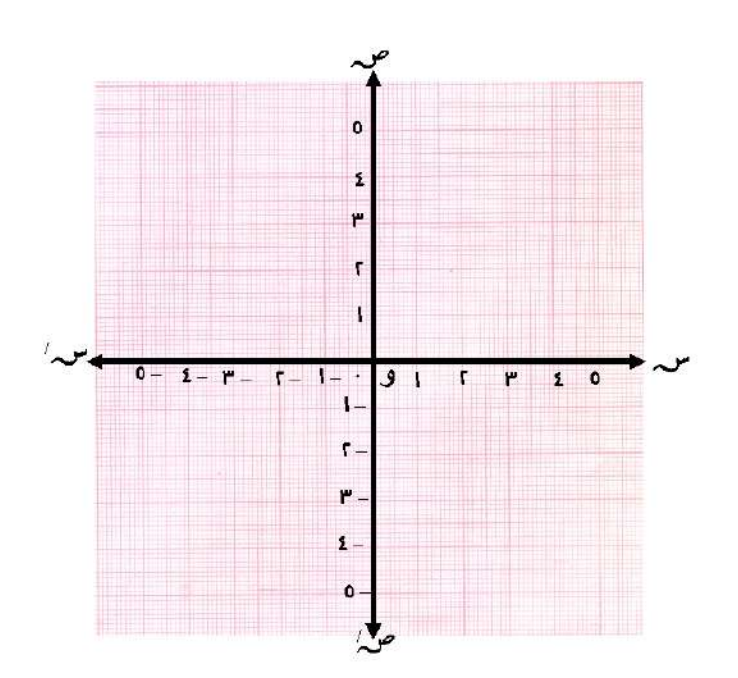
[ا] حدد النقط ﺃ (١ ، ٥) ، ب (٤ ، ١) ، حـ (١ ، – ٤) ء (– ٢ ، ١) ، ثم صل النقاط : ﺃ ، ب ، حـ ، ء

[٢] ﺃ حـ = ... وحدة طول

[٣] ب ء = ... وحدة طول

[٤] الشكل ﺃ ب حـ ء يسمى ....

[٥] مساحة الشكل ﺃ ب حـ ء = ... وحدة مربعة



(٤) فى مستوى الإحداثيات التالى :

[ا] حدد النقط ﺃ (٤ ، ٤) ، ب (٤ ، – ١) ، حـ (– ١ ، – ١) ء (– ١ ، ٤) ، ثم صل النقاط : ﺃ ، ب ، حـ ، ء

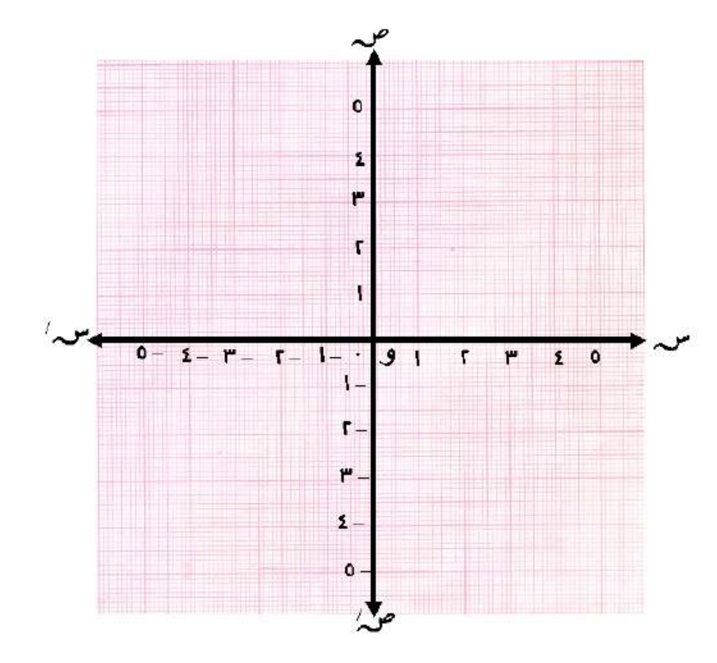
[٢] ﺃ ب = ... وحدة طول ، ﺃ ء = ... وحدة طول

[٣] ب حـ = ... وحدة طول ، حـ ء = ... وحدة طول

[٤] الشكل ﺃ ب حـ ء يسمى ....

[٥] محيط الشكل ﺃ ب حـ ء = ... وحدة طول

[٦] مساحة الشكل ﺃ ب حـ ء = ... وحدة مربعة



أحمد الشنتورى

الدرس الثانى : التحويلات الهندسية (الانتقال)

نعلم أن :

١) التحويلة الهندسية :

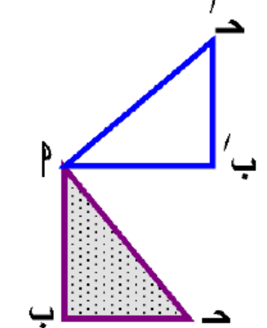
تحول كل نقطة م فى المستوى إلى النقطة م/ فى المستوى نفسه

٢) فى الأشكال التالية : تحول المثلث الملون إلى وضع آخر كما يلى :

١) ما يعكس الشكل (الانعكاس)
يعكس ا لشكل فى نقطة أو فى مستقيم يسمى محور الإنعكاس

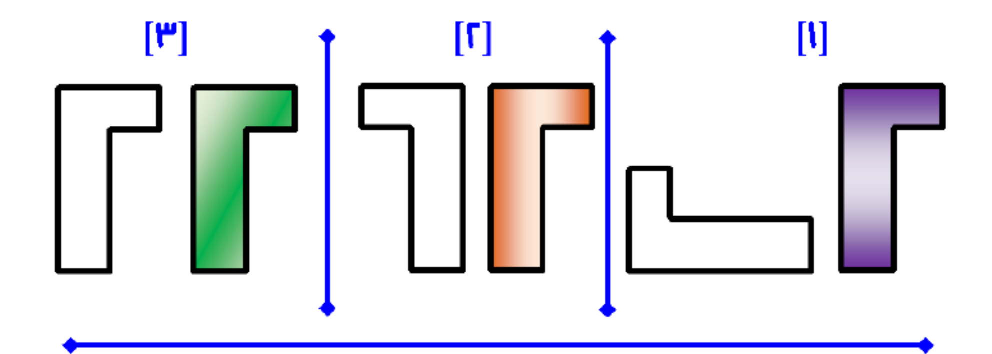
٢) ينقل الشكل مسافة معينة فى إتجاه معين (الانتقال)

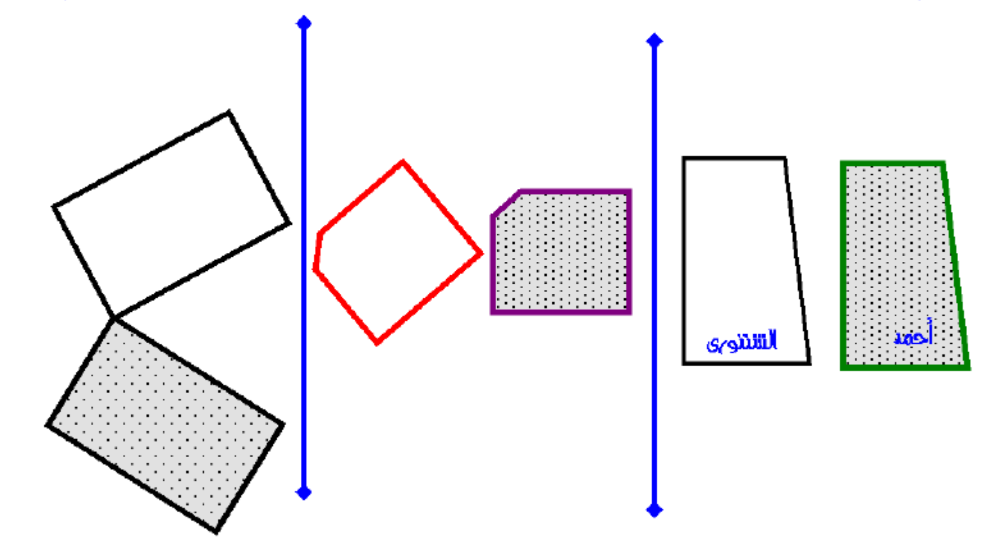
٣) يدور الشكل حول نقطة بزاوية محددة (الدوران)



أحمد الشنتوى

(أ) صف نوع التحويلة الهندسية (إنعكاس – إنتقال – دوران) التى تجعل الشكل المظلل صورة للشكل غير المظلل فى ما يلى :





كما نعلم أن :

١) الإنعكاس فى المستقيم ل يحول كل نقطة م إلى النقطة م/ ،

النقطة ب إلى النقطة ب/ بحيث :

أ] إذا كانت م ∌ ل فإن : المستقيم ل ينصف القطعة العمودية م م/

٢] إذا كانت ب ∋ ل فإن : النقطة ب/ تنطبق على النقطة ب

٢) صورة قطعة مستقيمة بالانعكاس :

فى الشكل المقابل :

م/ب/ صورة م ب بالانعكاس فى المستقيم ل

ملاحظات :



أ] المستقيم ل هو محور الانعكاس

٢] م/ ب/ = م ب ، م/ب/ // م ب

٣] الشكل م ب ب/ م/ يسمى مستطيل

٤] المستقيم ل هو محور تماثل للشكل م ب ب/ م/

و كذلك المستقيم المار بمنتصفى كل من : م/ب/ ، م ب

الانتقال

تمهيد :

فى الشكل المقابل :
لكى تنتقل السيارة من الموضع م إلى الموضع ب لابد من شيئين هما :

أ] أن تتحرك السيارة كل المسافة من الموضع م إلى الموضع ب

٢] أن تتحرك السيارة فى إتجاه الموضع ب

معنى ذلك : لكى يتم الانتقال يجب معرفة شيئين :

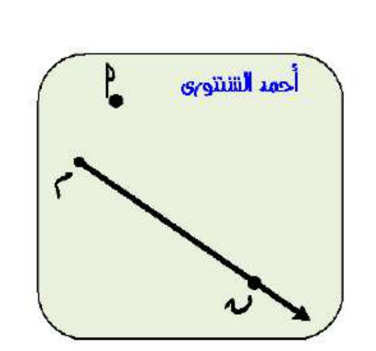
أ] مقدار الانتقال ٢] اتجاه الانتقال

حالات الانتقال :

أولاً : انتقال نقطة فى مستوى

١) فى مستوى الصفحة :

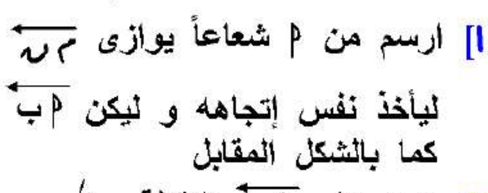
نشاط (أ) :



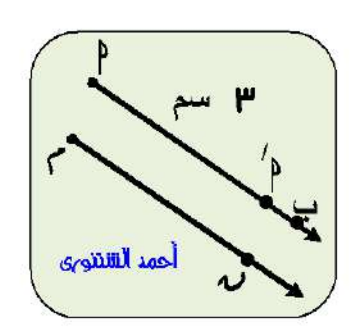
من خلال مستوى الصفحة إرسم ل ن كما بالشكل المقابل

المطلوب : إزاحة النقطة م مسافة ٣ سم فى اتجاه ل ن

الحل



أ] ارسم من م شعاعاً يوازى ل ن ليأخذ نفس إتجاهه و ليكن م ب كما بالشكل المقابل



٢] عين على م ب النقطة م/

بحيث : م م/ = ٣ سم



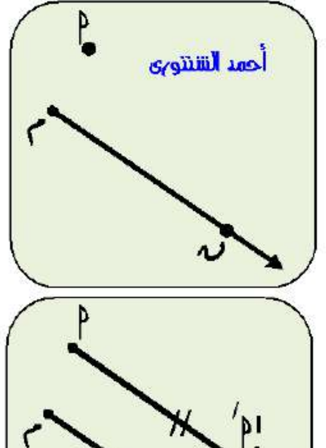
لاحظ :

م/ صورة النقطة م بإنتقال قدره ٣ سم فى إتجاه ل ن

نشاط (٢) :

من خلال مستوى الصفحة إرسم م ن كما بالشكل المقابل

المطلوب : ايجاد صورة النقطة أ بانتقال م ن فى اتجاه م ن



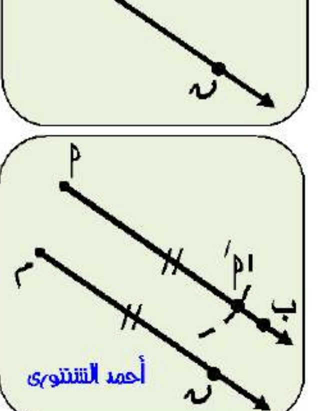
الحل

١] ارسم من أ شعاعاً يوازى م ن ليأخذ نفس إتجاهه و ليكن أ ب

٢] ركز سن الفرجار عند م ، و سن القلم الرصاص عند ن

٣] خذ نفس الفتحة ، و ركز سن الفرجار عند أ ، و ارسم قوساً من دائرة نصف قطرها يساوى (م ن)

٤] نقطة تقاطع القوس مع أ ب هى أ/



لاحظ :

أ/ صورة النقطة أ بإنتقال قدره (م ن) فى إتجاه م ن

، أ أ/ = م ن ، أ أ/ // م ن

(٢) أوجد صورة النقطة حـ بانتقال (أ ب) فى اتجاه أ ب

٢) فى مستوى الإحداثيات للأعداد الصحية

الانتقال فى مستوى الإحداثيات :

يحول كل نقطة أ فى المستوى إلى نقطة أ/ فى نفس المستوى عن طريق إزاحة (حـ) فى اتجاه س يتبعها (ء) إزاحة فى اتجاه ص ، بحيث :

أ (س ، ص) = (س + حـ ، ص + ء)

مثال (١) : فى المستوى الإحداثى أوجد صورة النقطتين :

أ (-٢ ، ١) ، ب (٢ ، -٣)

بالإنتقال (س + ٣ ، ص + ٤)

الحل

نحدد مقدار و إتجاه الإنتقال و هو : ٣ وحدات فى إتجاه س+ ، ٤ وحدات فى إتجاه ص+

نوجد صورة كل نقطة على حدة

أ/ = (-٢ + ٣ ، ١ + ٤)

= (١ ، ٥)

ب/ = (٢ + ٣ ، -٣ + ٤)

= (٥ ، ١)

لاحظ : النقاط و الأسهم



على الرسم توضح تتابع الإنتقال مقداراً و إتجاهاً فى كل حالة

(٣) فى المستوى الإحداثى أوجد صورة النقطتين :

أ (– ١ ، – ٥) ، ب (١ ، – ١)

بالإنتقال (س – ٢ ، ص + ٣)

نحدد مقدار و إتجاه الإنتقال

و هو : .... وحدات فى إتجاه .... ، .... وحدات فى إتجاه ....

نوجد صورة كل نقطة على حدة

أ/ = (.... ، ....)

= (.... ، ....)

ب/ = (.... ، ....)

= (.... ، ....)

(٤) أكمل :

[١] صورة النقطة (– ١ ، ٣) بالانتقال (٢ ، – ٣) هى (.... ، ....)

[٢] صورة النقطة (٢ ، – ٤) بالانتقال (٠ ، ٤) هى (.... ، ....)

[٣] صورة النقطة (١ ، ٥) بالانتقال (– ١ ، ٣) هى (.... ، ....)

[٤] صورة النقطة (– ١ ، – ٤) بالانتقال (٠ ، ١) هى (.... ، ....)

(٥) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] صورة النقطة (٣ ، – ٢) بالانتقال (٤ ، ٢) هى ....

[(– ٧ ، ٠) ، (٧ ، ٠) ، (– ١ ، – ٤) ، (١ ، ٥)]

[٢] صورة النقطة (– ٤ ، ٣) بالانتقال (– ١ ، – ٤) هى ....

[(– ٧ ، ٣) ، (٥ ، ١) ، (– ٥ ، – ١) ، (٧ ، ١)]

[٣] إذا كانت : صورة النقطة (أ ، ب) بانتقال (٣ ، – ٢) هى النقطة (– ٤ ، ٥) فإن : النقطة (أ ، ب) = ...

[(– ٧ ، ٧) ، (١ ، ٣) ، (– ٧ ، – ٧) ، (٣ ، ١)]

[٤] إذا كانت : النقطة (أ ، ب) هى صورة النقطة (٣ ، – ٢) بانتقال (١ ، ٣) فإن : النقطة (أ ، ب) = ...

[(– ٤ ، ١) ، (١ ، ٤) ، (– ٤ ، – ١) ، (٤ ، ١)]

(٦) أكمل الجدول التالى :

	النقطة	الانتقال	الصورة
[١]	(٣ ، ٢)	(٣ ، ١)	....
[٢]	....	(– ٢ ، – ١)	(– ٢ ، ٤)
[٣]	(١ ، – ٥)	....	(١ ، ٠)
[٤]	(– ٤ ، – ٤)	(– ١ ، ١)	....

ثانياً : انتقال نقطة فى مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة

مثال (٢) : فى المستوى الإحداثى أوجد صورة ﻡب حيث :

ﻡ (– ٢ ، ١) ، ب (٢ ، – ٣)

بالإنتقال (س + ٣ ، ص + ٤)

الحل

نحدد مقدار و إتجاه الإنتقال و هو : ٣ وحدات فى إتجاه س+ ، ٤ وحدات فى إتجاه ص+

نوجد صورة كل نقطة على حدة

ﻡ/ = (–٢ + ٣ ، ١ + ٤)

= (١ ، ٥)

ب/ = (٢ + ٣ ، – ٣ + ٤)

= (٥ ، ١)

نرسم ﻡ/ب/ فتكون ﻡ/ب/ هى صورة ﻡب بالانتقال (س + ٣ ، ص + ٤)

لاحظ :

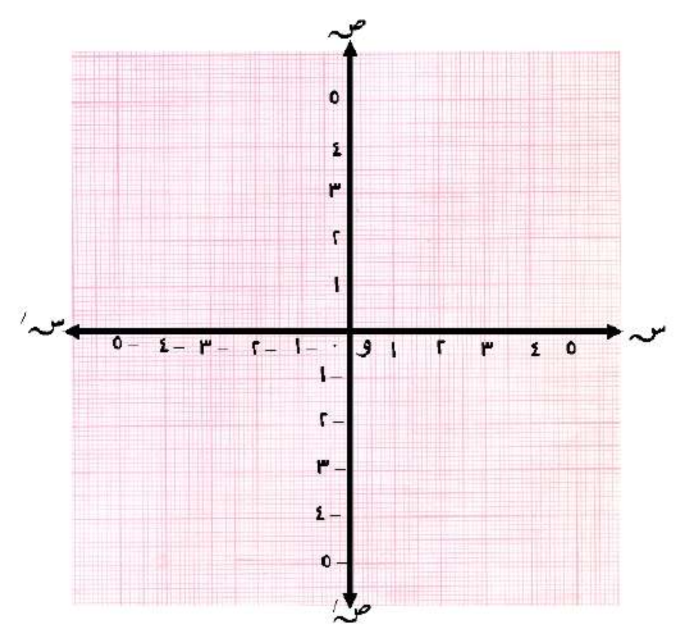
ﻡ/ ب/ = ﻡ ب ، ﻡ/ب/ // ﻡب

، الشكل ﻡ ب ب/ ﻡ/ متوازى أضلاع

(٧) فى المستوى الإحداثى أوجد صورة حيث :

ﻡ (– ٤ ، ١) ، ب (– ٢ ، ٤)

بالإنتقال (س + ٥ ، ص – ٥)



ﻡ/ = (.... ، ....) = (.... ، ....)

ب/ = (.... ، ....) = (.... ، ....)

ثالثاً : انتقال شكل هندسي في مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة

مثال (٣) : في المستوى الإحداثي أوجد صورة Δ أ ب حـ حيث :

أ (− ٢ ، ١) ، ب (٢ ، − ٣) ، حـ (− ٢ ، − ٣)

بالإنتقال (س + ٣ ، ص + ٤)

الحل

نحدد مقدار و إتجاه الإنتقال كما سبق

نوجد صورة كل نقطة على حدة كما سبق

فنجد : أَ = (١ ، ٥)

بَ = (٥ ، ١)

حـَ = (١ ، ١)

نحدد النقاط أَ ، بَ ، حـَ في المستوى الإحداثي و نصل بينها فينتج :

Δ أَ بَ حـَ صورة Δ أ ب حـ بالانتقال (س + ٣ ، ص + ٤)

لاحظ : ١) أَ بَ = أ ب ، بَ حـَ = ب حـ ، أَ حـَ = أ حـ

٢) ق (∠ أَ) = ق (∠ أ) ، ق (∠ بَ) = ق (∠ ب) ، ق (∠ حـَ) = ق (∠ حـ)

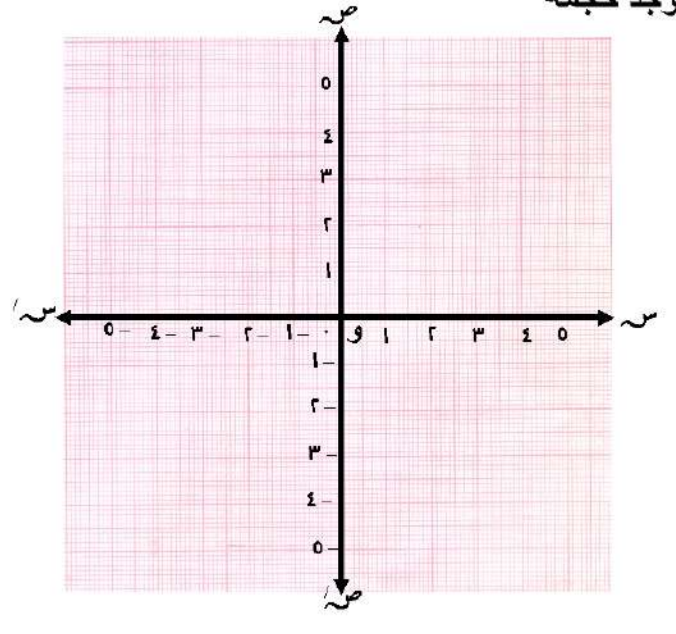
٣) أَبَ // أ ب ، بَحـَ // ب حـ ، أَبَ // أ ب

(٨) في المستوى الإحداثي أوجد صورة المربع أ ب حـ ء حيث :

أ (٣ ، ٣) ، ب (١ ، ٣) ، حـ (١ ، ١) ، ء (٣ ، ١)

بالإنتقال (س + ١ ، ص − ١)

و إذا وصلت كل نقطة بصورتها أذكر أسم المجسم الناتج و أوجد حجمه



أَ = (.... ، ....) = (.... ، ....)

بَ = (.... ، ....) = (.... ، ....)

حـَ = (.... ، ....) = (.... ، ....)

ءَ = (.... ، ....) = (.... ، ....)

المجسم يسمى : .... حجمه = ... وحدة مكعبة

الدرس الثالث : مساحة الدائرة

تمهيد :

فى الشكل المقابل :

الجزء المظلل يمثل القطاع الدائرى

(م ﺃ ب) أو (ﺃ م ب)

القطاع الدائرى :

هو جزء من سطح دائرة يتحدد بقوس و نصفى القطرين المارين بنهايتى القوس

ملاحظة :

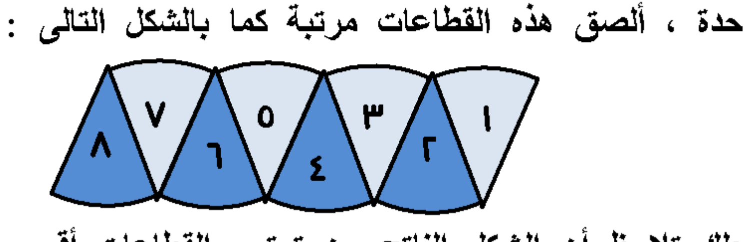
فى الشكل المقابل :

دائرة مركزها م فيها $\overline{ﺃحـ}$ ، $\overline{ب ء}$ قطران ، $\overline{م ﺃ}$ ، $\overline{م ب}$ ، $\overline{م حـ}$ ، $\overline{م ء}$ أنصاف أقطار ، نلاحظ :

تم تقسيم الدائرة إلى ٤ قطاعات دائرية متساوية فى المساحة ، و مساحة أى قطاع منها = $\frac{1}{4}$ مساحة الدائرة ، و أقواسها متساوية فى الطول

نشاط :

ارسم الدائرة السابقة على ورق مقوى ثم قسمها إلى ٤ قطاعات دائرية متساوية و ذلك برسم قطرين آخرين ينصفان الزوايا القوائم الأربع بين القطرين ثم رقم القطاعات الناتجة كما بالشكل المقابل من ١ إلى ٨ ، قص الدائرة ثم قص القطاعات الثمانية الناتجة كل على حدة ، ألصق هذه القطاعات مرتبة كما بالشكل التالى :



لعلك تلاحظ أن الشكل الناتج من ترتيب القطاعات أقرب ما يكون إلى المستطيل

ارسم الدائرة السابقة بقطاعاتها الثمانية ثم قسمها إلى ١٦ قطاعاً دائرياً متساوياً و ذلك برسم قطر بين كل قطرين ليصبح لديك إلى ٨ أقطار و ١٦ قطاعاً دائرياً متساوياً و رقم هذه القطاعات من ١ إلى ١٦ كم بالشكل المقابل ، قص القطاعات و ألصقها مرتبة كما بالشكل التالى :



لاحظ :

١) اقترب الشكل الناتج إلى المستطيل أكثر من سابقه

٢) كلما زاد عدد القطاعات يقترب الشكل أكثر و أكثر من شكل المستطيل

٣) طول المستطيل فى الشكل الناتج = نصف محيط الدائرة = π نق

٤) عرض المستطيل فى الشكل الناتج = نق

معنى ذلك أن : مساحة الدائرة = مساحة المستطيل فى الشكل الناتج

= الطول × العرض

= π نق × نق = π نق٢

مما سبق نستنتج : **مساحة سطح الدائرة = π نق٢**

ملاحظة :

π هى النسبة التقريبية بين محيط الدائرة و طول القطر

حيث : π = $\frac{٢٢}{٧}$ أو ٣,١٤

، (نق) اختصار لعبارة (نصف القطر) و تعبر عن طوله

" يمكن استخدام الآلة الحاسبة لإجراء التقريب للتوصل إلى الحلول المطلوبة "

تذكر : محيط الدائرة = π × طول القطر = ٢ π نق

مثال (١) : دائرة طول نصف قطرها ٣,٥ سم أحسب مساحة سطحها (π = $\frac{٢٢}{٧}$)

الحل

مساحة سطح الدائرة = π نق٢

= $\frac{٢٢}{٧}$ × ٣,٥ × ٣,٥ = ٣٨,٥ سم٢

(١) : دائرة طول نصف قطرها ٢,١ سم أحسب مساحة سطحها (π = $\frac{٢٢}{٧}$)

مثال (٢) : دائرة طول قطرها ٢٨ سم أوجد مساحة سطحها (π = $\frac{٢٢}{٧}$) و إذا قسمت إلى ٨ قطاعات دائرية متساوية المساحة أحسب مساحة سطح القطاع الواحد

الحل

نق = $\frac{٢٨}{٢}$ = ١٤ سم

مساحة سطح الدائرة = π نق٢

= $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ × ١٤ = ٦١٦ سم٢

مساحة سطح القطاع الواحد = ٦١٦ ÷ ٨ = ٧٧ سم٢

(٢) دائرة طول نصف قطرها ٧,٧ سم أوجد مساحة سطحها (π = $\frac{٢٢}{٧}$) و إذا قسمت إلى ٧ قطاعات دائرية متساوية المساحة أحسب مساحة سطح القطاع الواحد

مثال (٣) : دائرة مساحة سطحها ١٥٤ سم٢ أوجد محيطها ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

الحل

بما أن : مساحة سطح الدائرة = π نق٢

إذن : ١٥٤ = $\frac{٢٢}{٧}$ × نق٢

إذن : نق٢ = $\frac{١٥٤ \times ٧}{٢٢}$ = ٧ × ٧

إذن : نق = ٧ سم

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ = ٤٤ سم

(٣) دائرة مساحة سطحها ٣١٤ سم٢ أوجد محيطها (π = ٣,١٤)

مثال (٤) : دائرة محيطها ٣١,٤ سم أوجد مساحة سطحها (π = ٣,١٤)

الحل

بما أن : محيط الدائرة = ٢ π نق

إذن : ٣١,٤ = ٢ × ٣,١٤ نق = ٦,٢٨ نق

إذن : نق = ٣١,٤ ÷ ٦,٢٨ = ٥ سم

مساحة سطح الدائرة = π نق٢

= ٣,١٤ × ٥ × ٥ = ٧٨,٥ سم٢

(٤) دائرة محيطها ٨٨ سم أوجد مساحة سطحها ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

(٥) أكمل الجدول التالى : (نق = نصف قطر الدائرة)

نق	π	محيط الدائرة	نق²	مساحة الدائرة
١,٤ سم	$\frac{٢٢}{٧}$	....	....	....
....	٣,١٤	٦٢,٨ سم	....	....
....	$\frac{٢٢}{٧}$	....	....	١٣٨٦ سم²
....	٣,١٤	....	١٦ سم²	....

مثال (٥) : فى الشكل المقابل :

دائرة نصف قطرها ٥ سم مرسومة داخل مربع أوجد مساحة الجزء المظلل (π = ٣,١٤)

الحل

مساحة سطح الدائرة = π نق²

= ٣,١٤ × ٥ × ٥ = ٧٨,٥ سم²

طول ضلع المربع = ٥ × ٢ = ١٠ سم

مساحة سطح المربع = طول ضلعه × نفسه

= ١٠ × ١٠ = ١٠٠ سم²

مساحة الجزء المظلل = مساحة المربع – مساحة الدائرة

= ١٠٠ – ٧٨,٥ = ٢١,٥ سم²



(٦) فى الشكل المقابل :

مستطيل طوله ١٤ سم ، عرضه ٧ سم مرسوم داخله دائرة

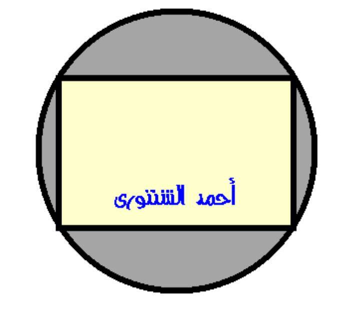
أوجد مساحة سطح الجزء المظلل

(π = $\frac{٢٢}{٧}$)

(٧) فى الشكل المقابل :

مستطيل طوله ٨ سم ، عرضه ٦ سم مرسوم داخل دائرة طول نصف قطرها ٥ سم أوجد مساحة سطح الجزء المظلل

(π = ٣,١٤)

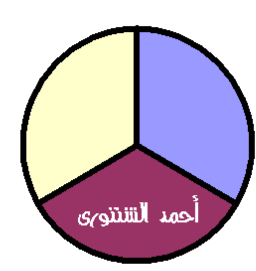


(٨) فى الشكل المقابل :

قسمت الدائرة إلى ثلاثة قطاعات متساوية المساحة

فإذا كانت مساحة سطح القطاع الواحد ٤,٦٢ سم٢

أوجد طول نصف قطر الدائرة (π = ٢٢/٧)



(٩) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] مساحة سطح الدائرة = ...

(π نق ، π نق٢ ، ٢ π نق ، ٢ π نق٢)

[٢] مساحة سطح دائرة طول قطرها ٨ سم يساوى .... π سم٢

(٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٦٤)

[٣] طول نصف قطر دائرة مساحة سطحها ٩ π سم٢ يساوى .... سم

(٣ ، ٩ ، ١٨ ، ٢٧)

[٤] الشكل المقابل يمثل ربع دائرة طول نصف قطرها ٢ سم ، محيط الشكل = ... سم

(٢ π ، ٤ π ، ٤ + ٤ π ، ٤ + π)

[٥] الشكل المقابل يمثل ربع دائرة طول نصف قطرها ٢ سم ، مساحة الشكل = ... سم٢

(π ، ٢ π ، ٢ + ٢ π ، ٢ + π)

[٦] فى الشكل المقابل : مربع مساحته ٤ سم٢

مرسوم داخل دائرة مساحتها ٢ π سم٢

مساحة المنطقة المظللة = ... سم٢

(٤ − ٢ π ، ٢ π − ٤ ، ٤ + ٢ π ، ٤ π)

[٧] مساحة الجزء المظلل بالشكل المقابل

= .... سم٢ (π = ٢٢/٧)

٨ سم

(٨٩ ، ٩٨ ، ١٢٠ ، ٢١٠)

[٨] فى الشكل المقابل : (π = ٣,١٤)

إذا كان : طول القطر الخارجى للحلقة ١٠ سم

، طول القطر الداخلى للحلقة = ٣ سم

فإن : مساحة الجزء المظلل = ... سم٢ لأقرب سم٢

(٢١ ، ٢٢ ، ٧١ ، ٧٢)

الدرس الرابع : المساحة الجانبية و الكلية لكل من المكعب – متوازى المستطيلات

نعلم أن :

خواص متوازى المستطيلات	خواص المكعب
له ٨ رؤوس	له ٨ رؤوس
له ٦ أوجه كلها مستطيلات	له ٦ أوجه كلها مربعات
له ١٢ حرفاً	له ١٢ حرفاً
كل وجهين متقابلين متساويان فى المساحة	جميع الأوجه متساوية فى المحيط و المساحة
كل وجهين متقابلين متوازيان	جميع الأحرف متساوية فى الطول
حجمه = الطول × العرض × الإرتفاع حجمه = مساحة القاعدة × الإرتفاع	حجمه = طول الحرف × نفسه × نفسه

١) المساحة الجانبية للمكعب :

اعتبر علبة كرتون على شكل مكعب ، قم بفرد أوجه المكعب أفقياً ليصبح كما بالشكل التالى :

فرد المكعب ←

		القاعدة (١)	
الوجه (٤)	الوجه (٣)	الوجه (٢)	الوجه (١)
		القاعدة (٢)	

(أ ، ب ، حـ ، ء — الأوجه الجانبية)

لاحظ أن :

١] الأوجهه (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) هى الأوجه الجانبية للمكعب

٢] المساحة الجانبية للمكعب = مجموع مساحات تلك الأوجه

إذن : **المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤**

٣] بطريقة أخرى : حين تم فرد المكعب نتج المستطيل أ ب حـ ء المكون من الأوجه الجانبية

إذن : طول المستطيل = مجموع أطوال الأوجه الأربعة (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤)

التى تمثل (محيط قاعدة المكعب)

عرض المستطيل = طول الحرف $\overline{أب}$ و هو ارتفاع المكعب

إذن : **المساحة الجانبية للمكعب = محيط القاعدة × الارتفاع**

٢) المساحة الكلية للمكعب :

و بإضافة مساحتى القاعدتين إلى المساحة الجانبية ينتج :

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

مثال (١) : مكعب طول حرفه ٥ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

الحـل

المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

= (٥ × ٥) × ٤ = ٢٥ × ٤ = ١٠٠ سم^{٢}

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

= (٥ × ٥) × ٦ = ٢٥ × ٦ = ١٥٠ سم^{٢}

(١) مكعب طول حرفه ٣ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

مثال (٢) مكعب مجموع أطوال أحرفه ٤٨ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

الحل

طول الحرف الواحد = ٤٨ ÷ ١٢ = ٤ سم

المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

= (٤ × ٤) × ٤ = ١٦ × ٤ = ٦٤ سم^{٢}

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

= (٤ × ٤) × ٦ = ١٦ × ٦ = ٩٦ سم^{٢}

(٢) مكعب مجموع أطوال أحرفه ٢٤ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

مثال (٣) : مكعب مساحته الجانبية ١٩٦ سم^{٢} أوجد مساحة الوجه الواحد و مساحته الكلية

الحل

بما أن : المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

إذن : ١٩٦ = مساحة الوجه الواحد × ٤

إذن : مساحة الوجه الواحد = ١٩٦ ÷ ٤ = ٤٩ سم

، المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

= ٤٩ × ٦ = ٢٩٤ سم^{٢}

(٣) مكعب مساحته الجانبية ٣٢٤ سم٢ أوجد مساحة الوجه الواحد و مساحته الكلية

مثال (٤) : مكعب مساحته الكلية ٣٨٤ سم٢ أوجد مساحة الوجه الواحد و مساحته الجانبية

الحـل

بما أن : المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

إذن : ٣٨٤ = مساحة الوجه الواحد × ٦

إذن : مساحة الوجه الواحد = ٣٨٤ ÷ ٦ = ٦٤ سم

، المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

= ٦٤ × ٤ = ٢٥٦ سم٢

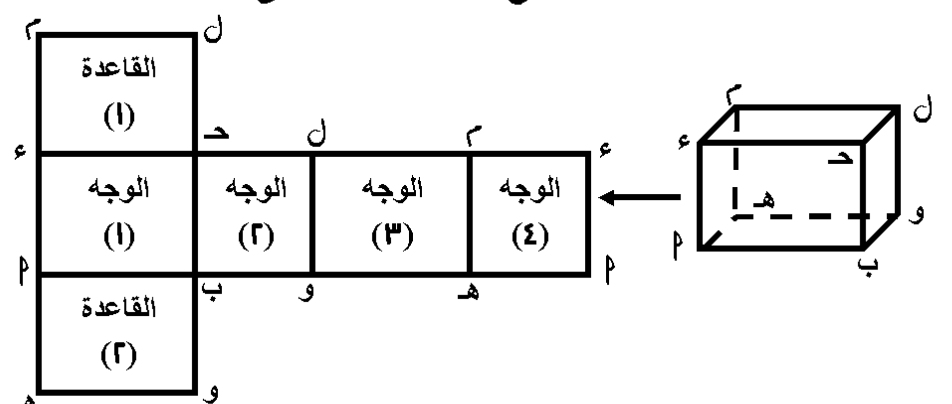
(٤) مكعب مساحته الكلية ٦٠٠ سم٢ أوجد مساحة الوجه الواحد و مساحته الجانبية

(٥) مكعب محيط قاعدته ٦٠ سم أوجد مساحته الجانبية مساحته الكلية

أحمد الشنتوري

٣) المساحة الجانبية لمتوازى المستطيلات :

اعتبر علبة كرتون على شكل متوازى مستطيلات ، قم بفرد أوجه متوازى المستطيلات أفقياً ليصبح كما بالشكل التالى :



لاحظ أن :

١] الأوجهه (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) هى الأوجه الجانبية لمتوازى المستطيلات و هى مستطيلات عمودية على القاعدة ، عرض أى ارتفاع متوازى المستطيلات (ع)

٢] المساحة الجانبية لمتوازى المستطيلات = مجموع مساحات تلك الأوجه

= (ا ب × ع) + (ب و × ع) + (و هـ × ع) + (هـ ا × ع)

= (ا ب + ب و + و هـ + هـ ا) × ع

= محيط القاعدة × الارتفاع

المساحة الجانبية لمتوازى المستطيلات = محيط القاعدة × الارتفاع

٤) المساحة الكلية لمتوازى المستطيلات :

و بإضافة مساحتى القاعدتين إلى المساحة الجانبية ينتج :

المساحة الكلية لمتوازى المستطيلات = مساحته الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين

مثال (٥) : متوازى مستطيلات طوله ٧ سم ، عرضه ٥ سم ، إرتفاعه ٤ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

الحل

المساحة الجانبية لمتوازى المستطيلات = محيط القاعدة × الإرتفاع

= ٢ × (٧ + ٥) × ٤ = ٢ × ١٢ × ٤ = ٩٦ سم^2

، مساحته الكلية = مساحته الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين

= ٩٦ + ٢ × (٧ × ٥) = ٩٦ + ٧٠

= ١٦٦ سم^2

(٦) متوازى مستطيلات طوله ٨ سم ، عرضه ٦ سم ، إرتفاعه ١٠ سم أوجد مساحته الجانبية و مساحته الكلية

مثال (٦) : حجرة على شكل متوازى مستطيلات طولها ٤ م ، عرضها ٣,٥ م ، إرتفاعها ٣ م ، يراد طلاء حوائطها و سقفها فإذا كان بها فتحات تشغل ٤ م٢ ، و تكاليف طلاء المتر المربع ١٥ جنيهاً أوجد تكاليف الطلاء

الحل

المساحة الجانبية للحجرة = ٢ × (٤ + ٣,٥) × ٣ = ٤٥ م٢

المساحة الكلية للحجرة = ٤٥ + (٤ × ٣,٥) = ٥٩ م٢

مساحة ما يتم طلاؤه = ٥٩ – ٤ = ٥٥ م٢

تكاليف الطلاء = ٥٥ × ١٥ = ٨٢٥ جنيهاً

(لاحظ أن : الحجرة هو متوازى مستطيلات له قاعدة واحدة حيث : لن يتم طلاء الأرضية)

(٧) حجرة على شكل متوازى مستطيلات طولها ٤,٥ م ، عرضها ٣,٥ م ، إرتفاعها ٣ م ، يراد طلاء حوائطها و سقفها فإذا كان بها فتحات تشغل ٨ م٢ ، و تكاليف طلاء المتر المربع ١٦ جنيهاً أوجد تكاليف الطلاء

(٨) مكعب طول حرفه ١٢ سم ، قطع عند أحد أحرفه متوازى مستطيلات أبعاده ٣ سم ، ٢ سم ، ١ سم أوجد المساحة الكلية للجزء المتبقى من المكعب

(٩) حمام سباحة بعدى قاعدته ٤٠ م ، ١٠ م ، و ارتفاعه ٢,٥ م يراد تغطيته ببلاط سيراميك طول ضلع البلاطة ٢٥ سم أوجد عدد البلاط اللازم لذلك ، ثم أوجد تكلفة تبليط الحمام إذا كان سعر المتر المربع من السيراميك ٤٥ جنيهاً و مصنعية تبليط المتر الواحد ٥ جنيهات

(١٠) فرخ من الورق المقوى مستطيل الشكل بعداه ١٠٠ سم ، ٧٠ سم ، صنعت منه ٦ صناديق بدون غطاء كل منها على شكل متوازى مستطيلات أبعاده ٢٠ سم ، ١٥ سم ، ١٠ سم أوجد مساحة الورق المتبقى

(١١) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] المساحة الجانبية لمتوازى مستطيلات طوله ٦ سم ، عرضه ٤ سم ، ارتفاعه ٨ سم تساوى سم٢

(١٠٠ ، ٨٠ ، ٦٠ ، ٤٠)

[٢] طول حرف المكعب الذى مساحته الكلية لمكعب ١٥٠ سم٢ يساوى .... سم

(٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٥)

[٣] إرتفاع متوازى المستطيلات الذى مساحته الجانبية ٢٤٠ سم٢ و قاعدته على شكل مربع طول ضلعه ٦ سم يساوى .... سم

(٣ ، ٥ ، ٦ ، ١٠)

[٤] إذا كان محيط وجه مكعب ١٢ سم فإن مساحته الكلية تساوى تساوى سم٢

(٧٢ ، ٦٠ ، ٥٤ ، ٢٤)

[٥] إرتفاع متوازى المستطيلات الذى مساحته الجانبية ٢٠٠ سم٢ و بعدا قاعدته ١٢ سم ، ٨ سم يساوى .... سم

(٤ ، ٥ ، ٨ ، ١٢)

[٦] إذا ضوعف كل بعد من أبعاد متوازى مستطيلات فإن النسبة بين المساحة الكلية له و المساحة الكلية الجديدة تساوى ....

(١٦ : ١ ، ٨ : ١ ، ٤ : ١ ، ٢ : ١)

[٧] إذا كانت قاعدة متوازى المستطيلات على شكل مربع ، مساحته الجانبية ٢٤٠ سم٢ ، مساحته الكلية ٤٤٠ سم٢ فإن طول ضلع قاعدته يساوى .... سم

(٢٠ ، ١٥ ، ١٢ ، ١٠)

[٨] إذا كانت المساحة الجانبية لمكعب ٦٤ سم٢ فإن : حجمه يساوى سم٣

(٦٤ ، ١٦ ، ٨ ، ٤)

الوحدة الرابعة　　　الإحصاء و الاحتمال

الدرس الأول : تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية

أولاً : تقسيم سطح الدائرة إلى قطاعات دائرية

القطاع الدائرى :

نعلم أن :

الجزء المظلل من سطح الدائرة بالشكل المقابل يمثل القطاع الدائرى (م ꟾ ب)

يسمى القطاع المظلل (م ꟾ ب) بالقطاع الأصغر

لأن : مساحة سطحه أقل من نصف مساحة سطح الدائرة

ب
قطاع أصغر
م
قطاع أكبر
ꟾ

يسمى القطاع غير المظلل (م ꟾ ب) بالقطاع الأكبر

لأن : مساحة سطحه أكبر من نصف مساحة سطح الدائرة

زاوية القطاع الدائرى :

لكل قطاع دائرى زاوية تسمى (زاوية القطاع الدائرى)

و هى زاوية مركزية لأن رأسها عند مركز الدائرة

مثل : (∠ ꟾ م ب) فى الشكل السابق

مثال (١) : بدراسة الشكل المقابل نلاحظ :

حـ
ب　٢　١　ꟾ
م
٣

[١] مساحة سطح القطاع (١)

= $\frac{١}{٤}$ مساحة سطح الدائرة

، زاوية القطاع (١) هى (∠ ꟾ م حـ) و قياسها = ٩٠°

[٢] مساحة سطح القطاع (٢) = $\frac{١}{٤}$ مساحة سطح الدائرة

، زاوية القطاع (٢) هى (∠ ب م حـ) و قياسها = ٩٠°

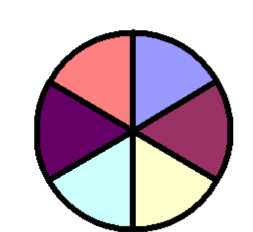
[٣] مساحة سطح القطاع (٣) = $\frac{١}{٢}$ مساحة سطح الدائرة

، زاوية القطاع (٣) هى (∠ ꟾ م ب) و قياسها = ١٨٠°

معنى ذلك :

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول مركز الدائرة = ٣٦٠°

(١) إدرس الشكل المقابل ثم أكمل :



[١] مساحة سطح أى قطاع

= .... مساحة سطح الدائرة

[٢] قياس زاوية أى قطاع = ... °

مثال (٢) : أخذ خالد من والده مبلغ ١٠٠ جنيه أشترى قميص ثمنه ٥٠ جنيهاً ، ساعة ثمنها ٢٥ جنيهاً و أدخر الباقى مثل ذلك بالقطاعات الدائرية

الحل

المبلغ كله يمثل ١٠٠ ٪ من مساحة سطح الدائرة

ثمن القميص = ٥٠ جنيهاً يمثل $\frac{١}{٢}$ المبلغ أى : ٥٠ ٪ من ١٠٠ جنيه

و يمكن تمثيله بقطاع مساحته = $\frac{١}{٢}$ مساحة سطح الدائرة

ثمن الساعة = ٢٥ جنيهاً ، يمثل $\frac{١}{٤}$ المبلغ أى : ٢٥ ٪ من ١٠٠ جنيه

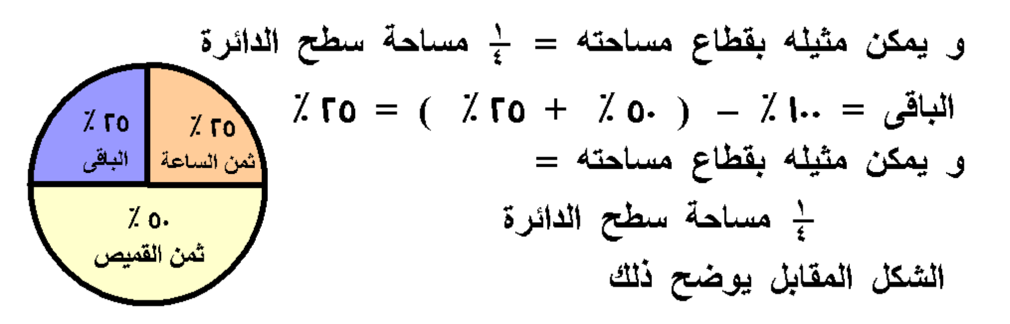
و يمكن مثيله بقطاع مساحته = $\frac{١}{٤}$ مساحة سطح الدائرة

الباقى = ١٠٠ ٪ – (٥٠ ٪ + ٢٥ ٪) = ٢٥ ٪

و يمكن مثيله بقطاع مساحته =

$\frac{١}{٤}$ مساحة سطح الدائرة

الشكل المقابل يوضح ذلك



(٢) عند سؤال مجموعة من الشباب عن البرامج التلفزيونية التى يفضلون مشاهدتها تبين ما يلى : ٥٠ ٪ يفضلون البرامج الرياضية ، ٢٥ ٪ يفضلون البرامج الموسيقية ، ١٢,٥ ٪ يفضلون البرامج الثقافية ، ١٢,٥ ٪ يفضلون البرامج الإخبارية مثل ذلك بالقطاعات الدائرية

أحمد الشتوى

ثانياً : تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية

لتمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية يتم تقسيم سطح الدائرة إلى قطاعات وفقاً للنسب المئوية لكل قطاع و ذلك بحساب قياس الزاوية المركزية لكل قطاع و رسمها

مع مراعاة أن :

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول مركز الدائرة = ٣٦٠°

مثال (٣) : الجدول التالى يوضح النسب المئوية للمواد المفضلة بين تلاميذ إحدى المدارس الإبتدائية مثل ذلك بالقطاعات الدائرية

المادة المفضلة	لغة عربية	رياضيات	علوم	دراسات إجتماعية
النسبة	٣٥ ٪	٣٠ ٪	٢٠ ٪	١٥ ٪

الحل

الخطوات :

١) نرسم الدائرة بنصف قطر طوله مناسب

٢) نحسب قياس الزاوية المركزية لكل قطاع على حدة كما يلى :

قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة العربية = $\frac{٣٥}{١٠٠}$ × ٣٦٠° = ١٢٦°

قياس الزاوية المركزية لقطاع الرياضيات = $\frac{٣٠}{١٠٠}$ × ٣٦٠° = ١٠٨°

قياس الزاوية المركزية لقطاع العلوم = $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ٣٦٠° = ٧٢°

قياس الزاوية المركزية لقطاع الدراسات الإجتماعية =

$\frac{١٥}{١٠٠}$ × ٣٦٠° = ٥٤°

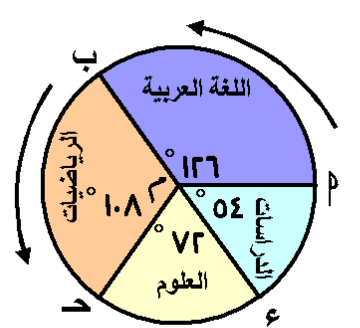
٣) نرسم $\overline{م أ}$ نصف قطر للدائرة و هو خط البداية لتحديد و رسم زاوية قياسها ١٢٦° لينتج القطاع أ م ب ، و هو قطاع اللغة العربية

٤) نعتبر م ب خط البداية لتحديد و رسم زاوية قياسها ١٠٨° لينتج القطاع ب م حـ ، و هو قطاع الرياضيات

٥) نعتبر م حـ خط البداية لتحديد و رسم زاوية قياسها ٧٢° لينتج القطاع حـ م ء ، و هو قطاع العلوم

٦) نعتبر م ء خط البداية لتحديد و رسم زاوية قياسها ٥٤° لينتج القطاع ء م أ ، و هو قطاع الدراسات الإجتماعية

الشكل المقابل يوضح ذلك



(٣) الجدول التالى يوضح نسب ما يستغرقه حسن من ساعات فى مذاكرة بعض المواد خلال أسبوع مثل ذلك بالقطاعات الدائرية

المادة	لغة عربية	رياضيات	علوم	دراسات إجتماعية
النسبة	٪ ٣٠	٪ ٤٠	٪ ٢٠	٪ ١٠

قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة العربية =

.... × ٣٦٠° = ...°

قياس الزاوية المركزية لقطاع الرياضيات =

.... × ٣٦٠° = ...°

قياس الزاوية المركزية لقطاع العلوم =

.... × ٣٦٠° = ...°

قياس الزاوية المركزية لقطاع الدر اسات = ... × ٣٦٠° = ...°

مثال (٤) : الجدول التالى يوضح النسب المئوية للألعاب المفضلة لتلاميذ إحدى المدارس الإبتدائية مثل ذلك بالقطاعات الدائرية

اللعبة المفضلة	كرة القدم	الكرة الطائرة	السباحة	كرة السلة
النسبة	٪ ٤٠	٪ ٢٠	٪ ١٥	٪ ٢٥

و إذا كان عدد التلاميذ ١٦٠ تلميذاً ، أوجد عدد التلاميذ الذين يفضلون كرة القدم

الحل

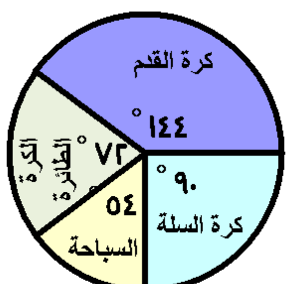
قياس الزاوية المركزية لقطاع كرة القدم = ٤٠/١٠٠ × ٣٦٠° = ١٤٤°

قياس الزاوية المركزية لقطاع الكرة الطائرة = ٢٠/١٠٠ × ٣٦٠° = ٧٢°

قياس الزاوية المركزية لقطاع السباحة = ١٥/١٠٠ × ٣٦٠° = ٥٤°

قياس الزاوية المركزية لقطاع كرة السلة = ٢٥/١٠٠ × ٣٦٠° = ٩٠°

الشكل المقابل يوضح ذلك



عدد التلاميذ الذين يفضلون كرة القدم

= ١٦٠ × ٤٠ ٪ = ١٦٠ × ٤٠/١٠٠

= ٦٤ تلميذاً

(٤) الجدول التالى يبين نسبة إنتاج خمسة مصانع لتعبئة الأرز

المصنع	الأول	الثانى	الثالث	الرابع	الخامس
النسبة	١٥ ٪	١٠ ٪	٢٠ ٪	٣٠ ٪	.... ٪

أكمل الجدول ، ثم مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

و إذا كان إنتاج المصنع الرابع ٥٠ طناً ، أوجد إنتاج المصنع الأول



(٥) الشكل المقابل :

يبين مكونات الدخل القومى فى مصر خلال أحد الأعوام ، ادرس الشكل ثم أكمل :

الصناعة ٢٥ ٪
٣٠ ٪ الزراعة
تشييد ١٠ ٪
.... ٪ خدمات

[١] نسبة دخل الخدمات = ...

[٢] قياس الزاوية المركزية بالدرجات لنسبة الدخل القومى فى الزراعة = ...

(٦) الشكل المقابل :

يبين نسب انتاج اللحوم فى ثلاث مجازر خلال أحد الشهور ، ادرس الشكل ثم أكمل :

٢٥ ٪ المجزرة الأولى
٤٠ ٪ المجزرة الثالثة
.... ٪ المجزرة الثانية

[١] نسبة انتاج المجزرة الثانية = ...

[٢] إذا كان : اجمالى انتاج المجازر الثلاثة ٤٥٠٠ طناً فى الشهر فإن :

انتاج المجزرة الأولى = ... طناً

انتاج المجزرة الثانية = ... طناً

انتاج المجزرة الثالثة = ... طناً

(٧) الجدول التالى يوضح الحالة الاجتماعية لمجموعة من الأفراد

الحالة الاجتماعية	أعزب	متزوج	مطلق	أرمل	المجموع
عدد الأفراد	٣٥٠	٥٠٠	١٠٠	٥٠	١٠٠٠

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية



(٨) الجدول التالى يبين عدد الساعات الأسبوعية التى تقضيها ناهد فى مراجعة المواد الدراسية

المادة الدراسية	لغة عربية	لغة انجليزية	رياضيات	علوم	دراسات
عدد الساعات	٩	٦	٧	٥	٩

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

الدرس الثانى : التجربة العشوائية

تمهيد :
عند إلقاء قطعة نقود معدنية فمن المؤكد أن تظهر صورة أو كتابة و لكن لا نستطيع الجزم (أو نصدر قرار) أن تظهر صورة أو كتابة إلا بعد إلقاء قطعة النقود (إجراء التجربة)
مثل هذه التجربة تسمى : التجربة العشوائية

التجربة العشوائية :
هى تجربة يمكن معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها ، و لكن لا يمكن تحديد الناتج الذى سيحدث فعلاً إلا بعد إجرائها

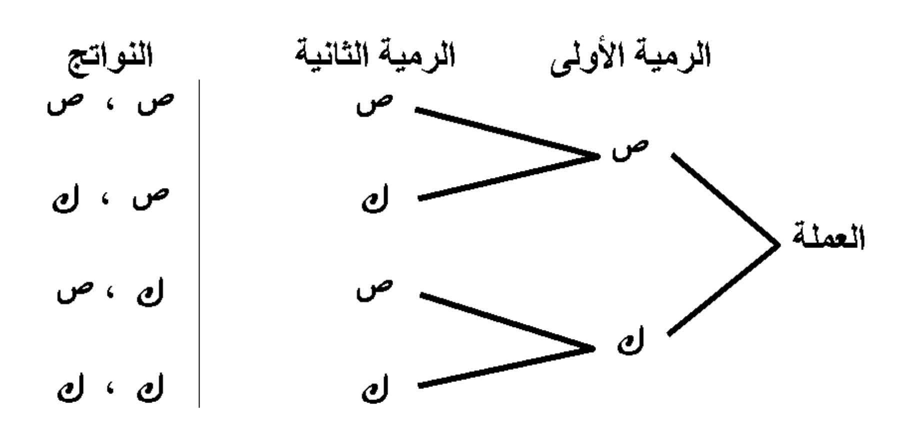
أمثلة لتجارب عشوائية و نواتجها الممكنة :

التجربة العشوائية	النتائج الممكنة
إلقاء قطعة نقود مرة واحدة	صورة ، كتابة
نوع المولود لأسرة (دون وجود توأم)	ولد ، بنت
إلقاء حجر نرد مرة واحد و ملاحظة عدد النقاط على الوجه العلوى	١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦
تكوين عدد مكون من الرقمين : ١ ، ٣	١١ ، ١٣ ، ٣١ ، ٣٣
نتيجة مباراة كرة قدم	فوز ، تعادل ، خسارة

فضاء العينة (ف) :
هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية

مثال (١) : إذا كانت التجربة العشوائية هى :
إلقاء قطعتى مختلفتين نقود مرة واحدة أوجد فضاء العينة

الحل
نستخدم الشجرة البيانية لتمثيل ذلك كما بالشكل التالى

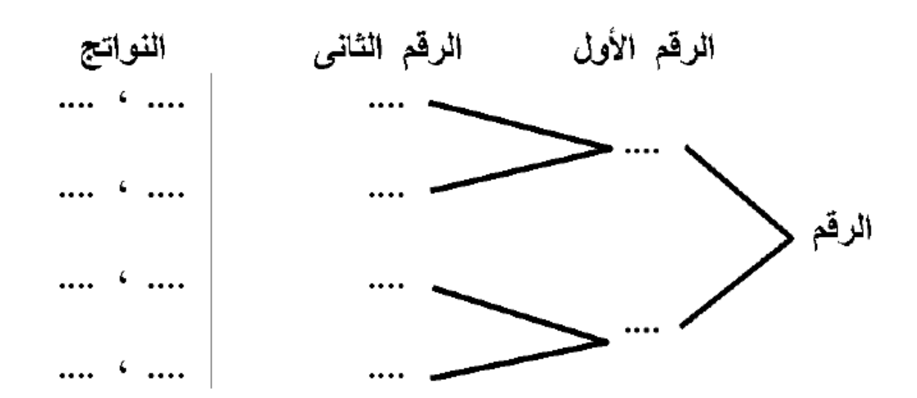


فضاء العينة (ف)
= { (ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك) }

ملاحظة :
١) إلقاء قطعتى نقود مرة واحدة يكافئ إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين و هكذا ....

٢) إلقاء حجرى نرد مرة واحدة يكافئ إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين و هكذا ....

(١) إذا كانت التجربة العشوائية هى :
الحصول على عدد مكون من رقمين من هما ٢ ، ٤



فضاء العينة (ف) =

مثال (٢) : فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة أكتب الأحداث التالية :
[١] مجموع النقاط بالوجهين العلويين يساوى ٤
[٢] مجموع النقاط بالوجهين العلويين أقل من ٤
[٣] القيمة المطلقة للفرق بين النقاط بالوجهين العلويين يساوى ٤

الحل

[١] { (١ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (٢ ، ٢) }
[١] { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) }
[٣] { (٥ ، ١) ، (١ ، ٥) ، (٦ ، ٢) ، (٢ ، ٦) }

(٢) فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة أكتب الأحداث التالية :
[١] مجموع النقاط بالوجهين العلويين يساوى ٥
....
[٢] مجموع النقاط بالوجهين العلويين أقل من ٥
....
[٣] القيمة المطلقة للفرق بين النقاط بالوجهين العلويين يساوى ٥
....

(٣) إذا كانت التجربة العشوائية هى سحب كرة من صندوق به خمس كرات متماثلة (بيضاء ، حمراء ، سوداء ، زرقاء ، خضراء) أكمل :
فضاء العينة = ...

(٤) إذا كانت التجربة العشوائية هى سحب بطاقة واحدة من صندوق به بطاقات متماثلة و مرقمة من ١ إلى ١٠
[١] فضاء العينة = ...
[٢] حدث أن تكون البطاقة تحمل عدداً يقبل القسمة على ٢
= ....
[٣] حدث أن تكون البطاقة تحمل عدداً أولياً = ...
[٤] حدث أن تكون البطاقة تحمل عدداً فردياً = ...

الدرس الثالث : الاحتمال

نعلم أن :

فضاء العينة للتجربة العشوائية (ف) :
هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية

يرمز : عدد عناصر فضاء العينة بالرمز ن (ف)

فمثلاً :

١) فى تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة و ملاحظة الوجه الظاهر
يكون : ف = { ص ، ك } ، ن (ف) = ٢

٢) فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة و ملاحظة الوجه العدد الظاهر على الوجه العلوى يكون :
ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، ن (ف) = ٦

مثال (١) : فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة أكتب الأحداث التالية و عدد عناصر كل حدث :

[١] أ هو : حدث ظهور عدد أولى على الوجه العلوى
[٢] ب هو : حدث ظهور عدد أقل من ٣ على الوجه العلوى
[٣] حـ هو : حدث ظهور عدد أكبر من ٦ على الوجه العلوى

الحل

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، ن (ف) = ٦
[١] أ = { ٢ ، ٣ ، ٥ } ، ن (أ) = ٣
[٢] ب = { ١ ، ٢ } ، ن (ب) = ٢
[٣] حـ = $\varnothing$ ، ن (حـ) = صفر

لاحظ :

أ ⊂ ف ، ب ⊂ ف ، حـ ⊂ ف

الحدث : أى نتائج نحصل عليها داخل التجربة العشوائية تسمى أحداثاً

ملاحظات :
[١] الحدث مجموعة جزئية من مجموعة فضاء العينة
[٢] عدد عناصر الحدث يمثل عدد مرات حدوثه

إحتمال الحدث :
النسبة بين عدد عناصر الحدث و عدد عناصر فضاء العينة
يسمى : إحتمال وقوع الحدث و يرمز له بالرمز : (ل)

فمن المثال السابق نجد :

$$ل (أ) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{ن (أ)}{ن (ف)}$$

$$= \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢} = ٠{,}٥ = ٥٠ \%$$

$$ل (ب) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث ب}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{ن (ب)}{ن (ف)}$$

$$= \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣} = ٠{,}٣٣ = ٣٣ \%$$

$$ل (حـ) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث حـ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{ن (حـ)}{ن (ف)}$$

$$= \frac{٠}{٦} = \text{صفر}$$

أنواع الأحداث :

١) الحدث المستحيل : هو الحدث الذى لا يمكن وقوعه
و يعبر عنه : أ = ∅ ، و احتمال وقوعه ل (∅) = صفر

٢) الحدث المؤكد : هو الحدث الذى له جميع النواتج الممكنة
و يعبر عنه : أ = ف ، و احتمال وقوعه ل (ف) = ١

٣) الحدث الممكن : هو بعض النواتج الممكنة للتجربة أى : أ ⊂ ف
و إحتمال حدوثه = كسراً
و معنى ذلك أن : قيمة احتمال الحدث (أ) حيث أ ⊂ ف
لا تقل عن الصفر و لا تزيد عن الواحد
أى أن : ٠ ≤ ل (أ) ≤ ١

ملاحظات :

١] يمكن كتابة الإحتمال فى صورة كسر إعتيادى أو كسر عشرى أو نسبة مئوية

٢] التجارب ذات النتيجة المعروفة مسبقاً لا تسمى تجارب إحتمالية فمثلاً :

* تجربة سحب كرة من صندوق به أربع كرات متماثلة لونها أصفر
* تجربة سحب بطاقة من صندوق به ١٠ بطاقات متماثلة كلها تحمل الرقم ١٠

(١) صندوق به ١٠ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٠ خلطت جيداً و سحبت بطاقة عشوائياً أكمل لايجاد إحتمال الأحداث التالية :

[١] الحدث (أ) هو : عدد يقبل القسمة على ٢

[٢] الحدث (ب) هو : عدد يقبل القسمة على ٣

[٣] الحدث (حـ) هو : عدد يقبل القسمة على كل من ٢ ، ٣ فى نفس الوقت

[٤] الحدث (ء) هو : عدد يقبل القسمة على كل من ٢ أو ٣

ف = { ..... } ، ن (ف) = ...

أ = { ..... } ، ن (أ) = ...

ل (أ) = $\frac{....}{....}$ = ٠,.... = ... ٪

ب = { ..... } ، ن (ب) = ...

ل (ب) = $\frac{....}{....}$ = ٠,.... = ... ٪

حـ = { ..... } ، ن (حـ) = ...

ل (حـ) = $\frac{....}{....}$ = ٠,.... = ... ٪

ء = { ..... } ، ن (ء) = ...

ل (ء) = $\frac{....}{....}$ = ٠,.... = ... ٪

مثال (٢) : إذا كان أحد الأندية يلعب ٣٠ مباراة فى الدورى و كان إحتمال فوزه فى عدد من المباريات هو $\frac{٢}{٥}$

أوجد عدد المباريات التى يفوز فيها هذا النادى فى الدورى

الحل

العدد الكلى للمباريات = ٣٠ مباراة

بفرض أن : الحدث (م) هو أن يفوز الفريق فى مباراة

إذن : ل (م) = $\frac{٢}{٥}$ أى أن : $\frac{\text{عدد مباريات الفوز}}{\text{العدد الكلى للمباريات}} = \frac{٢}{٥}$

إذن : $\frac{\text{عدد مباريات الفوز}}{٣٠} = \frac{٢}{٥}$

إذن : عدد مباريات الفوز = ٣٠ × $\frac{٢}{٥}$ = ١٢ مباراة

(٢) فى مسابقة الطالب المثالى لأحد المدارس تقدم ٤٥ تلميذ و تلميذة فإذا كان احتمال أن تكون احدى التلميذات هى الطالب المثالى هو $\frac{٤}{٥}$ احسب عدد التلميذات المشتركات فى هذه المسابقة

(٣) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة و ملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى أوجد احتمال الأحداث التالية :

[١] ظهور عدد فردى = ...

[٢] ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ = ...

[٣] ظهور عدد أقل من ٣ = ...

[٤] ظهور عدد أكبر من أو يساوى ٣ = ...

[٥] ظهور عدد أكبر من ٦ = ...

[٦] ظهور عدد أولى = ...

[٧] ظهور الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ = ...

(٤) سحبت بطاقة من كيس يحتوى على ٣٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٣٠ أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عدداً :

[١] يقبل القسمة على ٣ = ...

[٢] يقبل القسمة على ٥ = ...

[٣] يقبل القسمة على ٣ و ٥ فى نفس الوقت = ...

[٤] يقبل القسمة على ٣ أو ٥ = ...

[٥] أولياً زوجياً = ...

(٥) إناء يحتوى على ٥ كرات حمراء ، ٣ كرات سوداء ، ٤ كرات بيضاء لها نفس الحجم فإذا سحبت كرة واحدة عشوائياً أكمل :

[١] احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء = ...

[٢] احتمال أن تكون الكرة المسحوبة سوداء = ...

[٣] احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست بيضاء = ...

[٤] احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء أو حمراء = ...

[٥] احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء أو حمراء أو سوداء = ...

(٦) فصل دراسى به ٤٢ تلميذاً ، منهم ٢٠ تلميذاً يلعبون كرة القدم ، ٨ تلاميذ يلعبون كرة السلة ، و باقى التلاميذ يلعبون ألعاباً أخرى اختير أحد التلاميذ عشوائياً أوجد :

[١] احتمال أن يكون التلميذ المختار ممن يلعبون كرة القدم

[٢] عدد تلاميذ المدرسة الذين يلعبون ألعاباً أخرى إذا كان عدد تلاميذ المدرسة ٦٠٠ تلميذ

(٧) أثناء تدريبات أحد أندية كرة القدم سدد أحد اللاعبين ٢٤ ركلة جزاء فأحرز منها ٢١ هدفاً ، و سدد لاعب آخر ٢٧ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٤ هدفاً ، أى اللاعبين يتم اختياره لتسديد ركلة جزاء أثناء المباراة و لماذا ؟

(٨) فصل دراسى به ٤٠ تلميذاً ، طبق عليهم اختباراً فى الرياضيات درجته العظمى ٥٠ درجة ، فإذا كانت درجات ٣٠ تلميذاً أقل من ٤٠ درجة ، و احتمال أن تكون درجة التلميذ ⩾ ٤٠ هو $\frac{1}{4}$ اختير أحد التلاميذ عشوائياً أوجد :

[١] احتمال أن تكون درجة التلميذ المختار أقل من ٤٠ درجة

[٢] عدد التلاميذ الحاصلين على درجة ⩾ ٤٠

أحمد الشتوى

(٩) سجلت نتيجة اختبار الرياضيات لشهر مارس لأحد الفصول حسب تقديرات التلاميذ فى الجدول التالى :

ممتاز	جيد جداً	جيد	مقبول	ضعيف
٨	١٢	١٦	٨	٤

اختير أحد التلاميذ عشوائياً أوجد :
احتمال أن يحصل التلميذ المختار على تقدير جيد

(١٠) فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين (بدون تكرار الرقم) لمجموعة الأرقام { ١ ، ٢ ، ٣ } أوجد احتمال الحصول على :
[١] عدد زوجى
[٢] عدد فردى أولى

(١١) أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] عند إلقاء قطعة نقود معدنية مرة واحدة و ملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور صورة = ...
(٥٠ ٪ ، ٢٥ ٪ ، ١٠٠ ٪ ، صفر)

[٢] عند إلقاء حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال أن العدد الظاهر على الوجه العلوى يحقق المتباينة : ٣ < س < ٥ يساوى ....
($\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، ١ ، $\frac{٥}{٦}$)

[٣] إذا كان إحتمال رسوب طالب فى إمتحان ما ٠,٨٥ فإن احتمال نجاحه = ...
($\frac{٣}{٢٠}$ ، $\frac{١٧}{٢٠}$ ، ٠,٠١٥ ، ٠,١٥)

[٤] إذا كان إحتمال أن يحل تلميذ مسألة ٠,٧ فإن عدد المسائل المتوقع حلها من النوع من بين ٢٠ مسألة يساوى ....
(٧ ، ١٠ ، ١٤ ، ٢٠)

[٥] فصل دراسى به ٢٥ ولد و ١٥ بنت فإذا اختير احدهم عشوائياً فإن احتمال أن يكون بنتاً = ...
($\frac{٧}{٨}$ ، $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٨}$)

[٦] عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجى على الوجه العلوى = ...
($\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١)

[٧] احتمال الحدث المستحيل = ...
($\emptyset$ ، ١ ، صفر ، –١)

اجوبة بعض التمارين

الوحدة الأولى الأعداد الصحيحة

الدرس الأول : مجموعة الأعداد الصحيحة

(١) [١] – ٢ [٢] ٥٠٠ [٣] – ١٠٠٠ [٤] ١٠ [٥] – ٤

(٢) أجب بنفسك

(٣) [١] ١] موجبة ٢] صفر ٣] سالبة
[٢] ١] موجبة ٢] سالبة ٣] صفر
[٣] ١] موجبة ٢] سالبة [٤] موجبة ، صفر ، سالبة

(٤) [١] { ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، – ١ ، – ٢ ، ..... }
[٢] { – ٣ ، – ٢ ، –١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ..... }
[٣] { – ٢ ، –١ ، ٠ ، ١ }
[٤] { ٠ ، – ٢ ، – ٤ ، –٦ ، ..... }
[٥] ں = مجموعة الأعداد الصحيحة الزوجية غير الموجبة

(٥) [١] ط [٢] ∅ [٣] {٠} [٤] ط [٥] ص [٦] ص_

(٦) [١] ∋ [٢] ٥ [٣] ٧ [٤] ± ٨ [٥] ط – {٠} [٦] ∌
[٧] ⊃ [٨] ∌ [٩] – ٧ [١٠] – ١ [١١] صفر [١٢] ∌

الدرس الثانى : ترتيب الأعداد الصحيحة و المقارنة بينها

(١) [١] صفر [٢] – ٢ [٣] – ٧ [٤] ٣ [٥] ٧ [٦] – ٤

(٢) [١] ٣ ، ٦ ، ٩ [٢] – ٢ ، ٤ ، ١٠ [٣] – ١٠ ، صفر ، ١٠

(٣) [١] + ٥ [٢] + ٤ [٣] + ١٠ [٤] – ٣ [٥] – ١٤ [٦] + ٦

(٤) [١] ٧ [٢] – ١٧ [٣] صفر [٤] – ٩
[٥] – ٨ [٦] صفر [٧] ١٢ [٨] صفر

(٥) [١] – ٥ [٢] ١ [٣] صفر [٤] ٢
[٥] ١٥ [٦] – ٢٠ [٧] – ٤٧ [٨] ١٠٠

(٦) [١] [(– ٢٥) + ٤٧] + ٢٥ دمج
= [٤٧ + (– ٢٥)] + ٢٥ إبدال
= ٤٧ + [(– ٢٥) + ٢٥] دمج
= ٤٧ + صفر المعكوس الجمعى
= ٤٧ المحايد الجمعى

[٢] [(– ١٠١٦) + ٣٨٩] + ٢٠١٦ دمج
= [٣٨٩ + (– ١٠١٦)] + ٢٠١٦ إبدال
= ٣٨٩ + [(– ١٠١٦) + ٢٠١٦] دمج
= ٣٨٩ + ١٠٠٠ = ١٣٨٩

[٣] ٤٥ + [(– ١٣) + (– ٤٠)] + ١٣ دمج
= ٤٥ + [(– ٤٠) + (– ١٣)] + ١٣ إبدال
= [٤٥ + (– ٤٠)] + [(– ١٣) + ١٣] دمج
= ٥ + صفر المعكوس الجمعى
= ٥ المحايد الجمعى

[٤] (– ٣٣) + [(– ٨٨) + (– ٦٧)] + ٨٨ دمج
= (– ٣٣) + [(– ٦٧) + (– ٨٨)] + ٨٨ إبدال
= [(– ٣٣) + (– ٦٧)] + [(– ٨٨) + ٨٨] دمج

= – ١٠٠ + صفر   المعكوس الجمعى

= – ١٠٠   المحايد الجمعى

(٧) [١] ٨ – ٢ = ٨ + (– ٢) = ٦

[٢] (– ٦) – ٥ = (– ٦) + (– ٥) = (– ١١)

[٣] ٣ – ١٢ = ٣ + (– ١٢) = (– ٩)

(٨) أكمل الجدولين بنفسك ،

س~ غير مغلقة بالنسبة لعمليتى الجمع و الطرح

(٩) [١] – ٥ ، – ٩ ، – ١٣   [٢] – ٥٠ ، – ٦٠ ، – ٧٠

[٣] – ١٠ ، ٢٠ ، ٥٠   [٤] – ٢٥ ، – ٦٥ ، – ١٠٥

(١٠) مبلغ الربح = ٣٤٥ – ١٦٥ + ٢٠ = ٢٠٠ جنيهاً

(١١) الزيادة فى درجة الحرارة = – ٣°م + ١١°م = ٨°م

(١٢) [١] ٢   [٢] – ٥   [٣] – ٥   [٤] ٣٠   [٥] – ١٠

[٦] صفر   [٧] ∋   [٨] ⊃   [٩] ∌   [١٠] (– ٩٠) + ٦٠

الدرس الرابع : ضرب و قسمة الأعداد الصحيحة

(١) [١] (– ٢٠)   [٢] صفر   [٣] ١٢

[٤] (– ١٨)   [٥] (– ٨)   [٦] (– ١٨)

(٢) [١] – ٢٤ ، – ٤٨ ، – ٦٩

[٢] ١٦ ، – ٣٢ ، ٦٤

[٣] – ٢٧ ، ٨١ ، – ٢٤٢

(٣) [١] ٩ × [(– ٦) + (– ١٤)]

= ٩ × (– ٢٠) = (– ١٨٠)

[٢] ٧٥ × (– ٣٦) + ٧٥ × (– ٦٤)

= ٧٥ × [(– ٣٦) + (– ٦٤)]

= ٧٥ × (– ١٠٠) = (– ٧٥٠٠)

[٣] (– ٤٥) × (– ٦٣) + (– ٤٥) × ٧٣

= (– ٤٥) × [(– ٦٣) + ٧٣]

= (– ٤٥) × ١٠ = (– ٤٥٠)

(٤) (– ٢٥) × ٣٧ × (– ٤)

= [(– ٢٥) × ٣٧] × (– ٤)   خاصية الدمج

= [٣٧ × (– ٢٥)] × (– ٤)   خاصية الإبدال

= ٣٧ × [(– ٢٥) × (– ٤)]   خاصية الدمج

= ٣٧ × ١٠٠ = ٣٧٠٠

(٥) [١] (– ٤)   [٢] صفر   [٣] ٧

[٤] (– ٢)   [٥] (– ٥)   [٦] (– ٢)

(٦) [١] بما أن : ٨ × س = ٧٢

إذن : س = ٧٢ ÷ ٨   إذن : س = ٩

[٢] بما أن : | – ٥ | × س = (– ٤٥)

إذن : ٥ × س = (– ٤٥)

إذن : س = (– ٤٥) ÷ ٥   إذن : س = (– ٩)

[٣] بما أن : ٣ × | س | = | – ٢١ |

إذن : ٣ × | س | = ٢١ إذن : | س | = ٢١ ÷ ٣

إذن : | س | = ٧

إذن : س = ٧ أو س = (– ٧)

[٤] بما أن : $\frac{| س |}{٢}$ = ٥ بالضرب × ٢ ينتج :

إذن : | س | = ١٠

إذن : س = ١٠ أو س = (– ١٠)

[٥] بما أن : (– ٧) × س = (– ٥٦)

إذن : س = (– ٥٦) ÷ (– ٧) إذن : س = ٨

[٦] بما أن : ٩ × س = (– ٣) × ٢١

إذن : ٩ × س = (– ٦٣)

إذن : س = (– ٦٣) ÷ ٩ إذن : س = (– ٧)

(٧) [١] المقدار = ٢ س + ص – ع

= ٢ × ٣ + (– ١) – (– ٧)

= ٦ – ١ + ٧ = ١٢

[٢] المقدار = ٣ س ص – ع

= ٣ × ٣ × (– ١) – (– ٧)

= (– ٩) + ٧ = (– ٢)

[٣] المقدار = [س ÷ ص] × ٣ ع

= [٣ ÷ (– ١)] × ٣ × (– ٧)

= (– ٣) × (– ٢١) = ٦٣

[٤] المقدار = [٣ س – ٥ ص] ÷ ع

= [٣ × ٣ – ٥ × (– ١)] ÷ (– ٧)

= [٩ + ٥] ÷ (– ٧)

= ١٤ ÷ (– ٧) = (– ٢)

(٨) [١] (– ٩) [٢] ١ [٣] ٩ × (ب + حـ) = ٩ × ب + ٩ × حـ

[٤] غير ممكنة [٥] موجب [٦] ٩ × ب = ب × ٩ [٧] موجباً

[٨] (٩ × ب) × حـ = ٩ × (ب × حـ) = ٩ × ب × حـ

[٩] (– ٣٠) [١٠] (– ٣)

(٩) [١] – ٣٥ [٢] ٣٦ [٣] – ٢ [٤] – ٨

(١٠) [١] = [٢] = [٣] > [٤] < [٥] > [٦] <

الدرس الخامس : الضرب المتكرر

(١) أكمل بنفسك (٢) أكمل بنفسك

(٣) [١] – ٣٤٣ [٢] ٦٤ [٣] ٢٥ × ٣٢ = ٨٠٠

[٤] – ٢٧ + ٢٧ = صفر [٥] ٩ + ٩ + ٩ = ٢٧

[٦] – ١ + ١ = صفر

(٤) [١] $٢^{٣ + ٢}$ = $٢^{٥}$ = ٣٢ [٢] $٣^{٢ + ١}$ = $٣^{٣}$ = ٢٧

[٣] $(– ٢)^{٣ + ٤}$ = $(– ٢)^{٧}$ = – ١٢٨

[٤] $(– ٣)^{٢ + ٣}$ = $(– ٣)^{٥}$ = – ٢٤٣

[٥] – $(٥)^{٣}$ × $٥^{٣}$ = – $(٥)^{٣ + ٣}$ = – $(٥)^{٦}$ = – ١٥٦٢٥

أحمد الشتوى

[٦] $(-١)^{٨+٩} = (-١)^{١٧} = -١$

(٥) [١] $(٢)^{٧-٣} = (٢)^{٤} = ١٦$　　[٢] $(٣)^{٢-١} = (٣)^{١} = ٣$

[٣] $(-٢)^{٩-٤} = (-٢)^{٥} = -٣٢$

[٤] $(-٣)^{٧-٣} = (-٣)^{٤} = ٨١$

[٥] $-(٥)^{٣} \div ٥^{٣} = -(٥)^{٣-٣} = -(٥)^{٠} = ١$

[٦] $(-١)^{١٨-٩} = (-١)^{٩} = -١$

(٦) [١] $(٤ - ٥)^{٩} = (-١)^{٩} = -١$　　[٢] $(-١٢٠)^{\text{صفر}} = ١$

(٧) المقدار = $٥^{٩} \div ٥^{٥} = (٥)^{٩-٥} = (٥)^{٤} = ٦٢٥$

(٨) المقدار = $٣^{١٢} \div ٣^{٩} = (٣)^{١٢-٩} = (٣)^{٣} = ٢٧$

(٩) المقدار = $(-٤)^{٨} \div (-٤)^{٦} = (-٤)^{٨-٦} = (-٤)^{٢} = ١٦$

(١٠) بما أن : $(-٢)^{٤} = (٢)^{٤}$ ، $(-٢)^{٧} = -(٢)^{٧}$ ، $(-٢)^{٩} = -(٢)^{٩}$

إذن : المقدار = $\frac{(٢)^{٤} \times -(٢)^{٧}}{-(٢)^{٩}} = \frac{-(٢^{٤} \times ٢^{٧})}{-(٢)^{٩}}$

$= \frac{٢^{١١}}{٢^{٩}} = (٢)^{١١-٩} = (٢)^{٢} = ٤$

(١١) $(-٢)^{٣} = -٨$ ، $(-١٠)^{٠} = ١$ ، $(-٣)^{٣} = -٢٧$ ،

$٣^{٤} = ٨١$ ، $(-١)^{٥} = -١$

الترتيب التصاعدى هو : $(-٣)^{٣}$ ، $(-٢)^{٣}$ ، $(-١)^{٥}$ ، $(-١٠)^{٠}$ ، $٣^{٤}$

(١٢) [١] ٩　[٢] ٢　[٣] ٤٠　[٤] −٨　[٥] ١٣

(١٣) [١] <　[٢] =　[٣] =　[٤] <　[٥] =　[٦] >　[٧] <　[٨] >

الدرس السادس : الأنماط العددية

(١) وصف النمط : كل عدد يزيد عن سابق مباشرة بمقدار ٥

العدد الخامس = العدد الرابع + ٥ = ١٨ + ٥ = ٢٣

العدد السادس = العدد الخامس + ٥ = ٢٣ + ٥ = ٢٨

العدد السابع = العدد السادس + ٥ = ٢٨ + ٥ = ٣٣

(٢) [١] ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٩ ، ٢٢

كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار ٣

[٢] ٢٠ ، ١٦ ، ١٢ ، ٨ ، ٤ ، صفر ، −٤

كل عدد يقل عن سابقه مباشرة بمقدار ٤

[٣] ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٣٢ ، ٦٤ ، ١٢٨ ، ٢٥٦

[٤] ١ ، ١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ١٠٠٠٠٠ ، ١٠٠٠٠٠

كل عدد = حاصل ضرب ١٠ × العدد السابق له مباشرة

[٥] ٢ ، ٧ ، ١٢ ، ١٧ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٢

كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار ٥

[٦] ٣ ، ٦ ، ١٢ ، ٢٤ ، ٤٨ ، ٩٦ ، ١٩٢

كل عدد ضعف العدد السابق له مباشرة

[٧] $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{١٦}$ ، $\frac{١}{٣٢}$ ، $\frac{١}{٦٤}$ ، $\frac{١}{١٢٨}$

وصف النمط : كل عدد نصف العدد السابق له مباشرة

(٣) [١] ٣٧ ، ٤٥ ، ٥٣   [٢] ٨٠ ، ١٦٠ ، ٣٢٠

[٣] ٢٥ ، ٣٦ ، ٤٩   [٤] ١٢٥ ، ٢١٦ ، ٣٤٣

[٥] ١٧ ، ٢٣ ، ٣٠   [٦] $\frac{٦}{٧}$ ، $\frac{٧}{٨}$ ، $\frac{٨}{٩}$

[٧] $\frac{٥}{٣}$ ، ٢ ، $\frac{٧}{٣}$

(٤) [١] ١ ، ٥ ، ١٠ ، ١٠ ، ٥ ، ١

[٢] ١ ، ٦ ، ١٥ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٦ ، ١

[٣] ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، .....

[٤] عناصر القطر الأول هى : (١ ، ١ ، ١ ، ١ ، ١)

، عناصر القطر الثانى هى : (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥)

، عناصر القطر الثانى هى : (١ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ١٥)

(٥) عدد القطع المستقيمة : ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩

النمط العددى : ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩

وصف النمط : كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار ٢

(٦) عدد القطع المستقيمة : ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣

النمط العددى : ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣

وصف النمط : كل عدد يزيد عن سابقه مباشرة بمقدار ٣

(٧) ١٠٠ ، ١٢٥ ، ١٥٠ ، ١٧٥ ، ٢٠٠ ، ٢٢٥ ، ٥ شهور

(٨) ٥٠٠ ، ٤٥٠ ، ٤٠٠ ، ٣٥٠ ، ٣٠٠ ، ٤ شهور

(٩) عام ٢٠١٧

الوحدة الثانية   المعادلات و المتباينات

الدرس الأول : المعادلة و المتباينة من الدرجة الأولى

(١) [١] ص – ١ = ٦   (تمثل معادلة)

لأنها تتضمن تساوى بين عبارتين رياضيتين

[٢] ٨ + ٥ = ١٣   (تمثل معادلة)

لأنها تتضمن تساوى بين عبارتين رياضيتين

[٣] س – ٤ = ٩   (تمثل معادلة)

لأنها تتضمن تساوى بين عبارتين رياضيتين

[٤] س – ٨   (لا تمثل معادلة)

(٢) [١] ص – ١ > ٥   (تمثل متباينة)

لأنها تتضمن علامة تباين بين عبارتين رياضيتين

[٢] س + ٧   (لا تمثل معادلة و تمثل متباينة)

لأنها لا تتضمن علامة تساوى أو تباين بين عبارتين رياضيتين

[٣] ٣ س < ٦   (تمثل متباينة)

لأنها تتضمن علامة تباين بين عبارتين رياضيتين

[٤] ٢ س + ١ = ١١   (تمثل معادلة)

لأنها تتضمن علامة تساوى بين عبارتين رياضيتين

(٣) عندما : س = – ٢   يكون :

٣ × (– ٢) + ١ = (– ٦) + ١ = (– ٥) ≠ ١٠

إذن : العدد (– ٢) لا يحقق المعادلة

عندما : س = ٢   يكون :

٣ × (٢) + ١ = ٦ + ١ = ٧ ≠ ١٠

إذن : العدد (٢) لا يحقق المعادلة
عندما : س = ٣ يكون :
٣ × (٣) + ١ = ٩ + ١ = ١٠ = ١٠
إذن : العدد (٣) يحقق المعادلة
عندما : س = ٤ يكون :
٣ × (٤) + ١ = ١٢ + ١ = ١٣ ≠ ١٠
إذن : العدد (٤) لا يحقق المعادلة
نستنتج أن : مجموعة الحل = { ٣ }

(٤) أجب بنفسك كما سبق ، [١] مجموعة الحل = { ٣ }
[٢] مجموعة الحل = { –١ } [٣] مجموعة الحل = { ٢ }

(٥) باعتبار مجموعة التعويض ع = { –١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ }
أوجد مجموعة حل المتباينة : ٢ س + ١ > ٧
نعوض بعناصر مجموعة التعويض ع فى الطرف الأيمن (٢ س + ١)
لتحديد العناصر التى تحقق المتباينة كما يلى :
عندما : س = –١ يكون :
٢ × (–١) + ١ = (–٢) + ١ = (–١) ≯ ٧
إذن : العدد (–١) لا يحقق المتباينة
عندما : س = ٢ يكون :
٢ × (٢) + ١ = ٤ + ١ = ٥ ≯ ٧
إذن : العدد (٢) لا يحقق المتباينة
عندما : س = ٤ يكون :
٢ × (٤) + ١ = ٨ + ١ = ٩ > ٧
إذن : العدد (٤) يحقق المتباينة
عندما : س = ٥ يكون :
٢ × (٥) + ١ = ١٠ + ١ = ١١ > ٧
إذن : العدد (٥) يحقق المتباينة
نستنتج أن : مجموعة الحل = { ٤ ، ٥ }

(٦) أجب بنفسك كما سبق ، [١] مجموعة الحل = { ٧ }
[٢] مجموعة الحل = { –٣ ، ٣ ، ٤ }
[٣] مجموعة الحل = ∅

الدرس الثانى : حل المعادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد

(١) [١] س + ٦ = ١ بإضافة (–٦) للطرفين
س + ٦ – ٦ = ١ – ٦
س = –٧ إذن : مجموعة الحل = { –٧ }
[٢] س – ٢ = ٨ بإضافة (٢) للطرفين
س – ٢ + ٢ = ٨ + ٢
س = ١٠ إذن : مجموعة الحل = { ١٠ }

(٢) ٥ س = ١٥ بقسمة الطرفين على ٥ ينتج :
س = ٣ إذن : مجموعة الحل = { ٣ }

(٣) ٥ س + ١٣ = ٣ بإضافة (–١٣) للطرفين

٥ س + ١٣ – ١٣ = ٣ – ١٣
٥ س = – ١٠ بقسمة الطرفين على ٥ ينتج :
س = – ٢ إذن : مجموعة الحل فى ط = ∅
، إذن : مجموعة الحل فى ص = { – ٢ }
(٤) نفرض أن : العدد = س إذن : أربعة أمثاله = ٤ س
إذن : ٤ س + س = ٣٥
إذن : ٥ س = ٣٥ بقسمة الطرفين على ٥ ينتج :
س = ٧ إذن العدد هو : ٧
(٥) [١] س + ٢ = ٧ بإضافة (– ٢) للطرفين
س + ٢ – ٢ = ٧ – ٢
س = ٥ إذن : مجموعة الحل فى ط = { ٥ }
[٢] ٣ س – ١ = ٨ بإضافة (١) للطرفين
٣ س – ١ + ١ = ٨ + ١
٣ س = ٩ بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :
س = ٣ إذن : مجموعة الحل فى ط = { ٣ }
[٣] ٢ س + ٤ = ٦ بإضافة (– ٤) للطرفين
٢ س + ٤ – ٤ = ٦ – ٤
٢ س = ٢ بقسمة الطرفين على ٢ ينتج :
س = ١ إذن : مجموعة الحل فى ط = { ١ }
(٦) [١] س + ١ = ٥ بإضافة (– ١) للطرفين
س + ١ – ١ = ٥ – ١

س = ٤ إذن : مجموعة الحل فى ص = { ٤ }
[٢] ٣ س – ٢ = ١٣ بإضافة (٢) للطرفين
٣ س – ٢ + ٢ = ١٣ + ٢
٣ س = ١٥ بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :
س = ٥ إذن : مجموعة الحل فى ص = { ٥ }
[٣] ٢ س + ٣ = ٥ بإضافة (– ٣) للطرفين
٢ س + ٣ – ٣ = ٥ – ٣
٢ س = ٢ بقسمة الطرفين على ٢ ينتج :
س = ١ إذن : مجموعة الحل فى ص = { ١ }
(٧) [١] ٢ س = ٤ [٢] الأولى [٣] الثانية [٤] { ٣ }
[٥] ∅ [٦] {– ٢ } [٧] صفر [٨] { ٣ } [٩] ٥
[١٠] – ٣ [١١] س + ٢ [١٢] ٥ – س [١٣] س

الدرس الثالث : حل المتباينة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد

(١) س – ٣ > ١ بإضافة (٣) للطرفين
س – ٣ + ٣ > ١ + ٣ إذن : س > ٤
[١] حيث : س ∋ ط فإن : مجموعة الحل = { ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ }
[٢] حيث : س ∋ ط فإن : مجموعة الحل = { ٣ ، ١ ، ٠ ، .... }
مثل الحل بنفسك
(٢) ٥ س + ١٣ > ٣ بإضافة (– ١٣) للطرفين

أحمد الشتوى

٥ س + ١٣ – ١٣ > ٣ – ١٣
٥ س > – ١٠ بقسمة الطرفين على ٥ ينتج :
س > – ٢
[١] و حيث : س > – ٢ غير ممكنة فى ط
إذن : مجموعة الحل فى ط = ∅
[٢] و حيث : س > – ٢ ممكنة فى ص
إذن : مجموعة الحل فى ص = { – ٣ ، – ٤ ، – ٥ ، .... }
(٣) [١] س + ٢ > ٧ بإضافة (– ٢) للطرفين
س + ٢ – ٢ > ٧ – ٢ إذن : س > ٥
، مجموعة الحل = { ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ } ، مثل بنفسك
[٢] ٣ س – ١ ≤ ٨ بإضافة (١) للطرفين
٣ س – ١ + ١ > ٨ + ١
٣ س > ٩ بقسمة الطرفين على ٣ ينتج :
س > ٣
مجموعة الحل = { ٢ ، ١ ، ٠ } ، مثل بنفسك
(٤) [١] ٢ س – ٥ ≥ – ٧ بإضافة (٥) للطرفين
٢ س – ٥ + ٥ > – ٧ + ٥
٢ س > – ٢ بقسمة الطرفين على ٢ ينتج :
س > – ١
مجموعة الحل = { – ٢ ، – ٣ ، – ٤ ، .... } ، مثل بنفسك

[٢] ٥ – س < ٦ بإضافة (– ٥) للطرفين
٥ – ٥ – س < ٦ + ٥
– س < ١١ بالقسمة على (– ١) ينتج :
س > – ١١
مجموعة الحل = { –١٢ ، –١٣ ، –١٤ ، .... } ، مثل بنفسك
[٣] ١ – ٢ س ≤ ٣ بإضافة (– ١) للطرفين
١ – ١ – ٢ س ≤ ٣ + ١
– ٢ س ≤ ٤ بالقسمة على (– ٢) ينتج :
س ≥ – ٢
مجموعة الحل = { –٢ ، –٣ ، –٤ ، .... } ، مثل بنفسك
(٥) [١] س < ٩ [٢] ٥ [٣] – ٤ [٤] { ٢ } [٥] { ٠ ، ١ }
[٦] { ٠ } [٧] ٥ [٨] ط [٩] – ٢ [١٠] ٨ [١١] < [١٢] – ٤
(٦) [١] س >– ١ [٢] س ≤ ٥
[٣] – ٢ < س ≥ ٦ [٤] ٢ < س < ٥

الوحدة الثالثة الهندسة و القياس

الدرس الأول : المسافة بين نقطتين فى مستوى الإحداثيات

(١) [١] أ (٤ ، ٣) ، ب (– ٤ ، ٣) ، حـ (– ٤ ، – ٣) ،
ء (٤ ، – ٣) ،
[٢] أ ب = ٨ وحدة ، أ ء = ٦ وحدة
ب حـ = ٦ وحدة ، حـ ء = ٨ وحدة

[٣] مستطيل [٤] ٤٨ [٥] ٢٨

[٦] نعم متماثل لأن المحور الأفقى (السينات) محور تماثل له

[٧] نعم متماثل لأن المحور الرأسى (الصادات) محور تماثل له

(٢) [١] حدد النقط بنفسك [٢] ٤ [٣] ٤ [٤] قائم الزاوية

[٥] متساوى الساقين [٦] ٨

(٣) [١] حدد النقط بنفسك [٢] ٩ [٣] ٦ [٤] معين [٥] ٢٧

(٤) [١] حدد النقط بنفسك

[٢] أ ب = ٥ وحدة طول ، أ ء = ٥ وحدة طول

[٣] ب حـ = ٥ وحدة طول ، حـ ء = ٥ وحدة طول

[٤] مربع [٥] ٢٠ [٦] ٢٥

الدرس الثانى : التحويلات الهندسية (الانتقال)

(١) [١] دوران [٢] انعكاس [٣] انتقال

[٤] انتقال [٥] دوران [٦] انعكاس

(٢) أجب بنفسك

(٣) حدد النقاط و الصور بنفسك ، أ/ (– ٣ ، – ٢)

ب/ = (– ١ ، ٢)

(٤) [١] (٠ ، ١) [٢] (٢ ، ٠)

[٣] (١ ، ٢) [٤] (– ١ ، – ٣)

(٥) [١] (٧ ، ٠) [٢] (– ٥ ، – ١)

[٣] (– ٧ ، ٧) [٤] (٤ ، ١)

(٦) [١] (٦ ، ٣) [٢] (– ٤ ، ٣)

[٣] (٠ ، ٥) [٤] (– ٥ ، – ٣)

(٧) حدد النقاط و الصور بنفسك ، أ/ = (١ ، – ٤)

، ب/ = (٣ ، – ١)

(٨) حدد النقاط و الصور بنفسك ، أ/ = (٤ ، ٢)

، ب/ = (٢ ، ٢) ، حـ/ = (٢ ، ٠) ، ء/ = (٤ ، ٠)

المجسم يسمى : مكعب ، حجمه = ٨ وحدة مكعبة

الدرس الثالث : مساحة الدائرة

(١) مساحة سطح الدائرة = π نق^2

= $\frac{22}{7}$ × ٢,١ × ٢,١ = ١٣,٨٦ سم^2

(٢) مساحة سطح الدائرة = π نق^2

= $\frac{22}{7}$ × ٧,٧ × ٧,٧ = ١٨٦,٣٤ سم^2

مساحة سطح القطاع الواحد = ١٨٦,٣٤ ÷ ٧ = ٢٦,٦٢ سم^2

(٣) بما أن : مساحة سطح الدائرة = π نق^2

إذن : ٣١٤ = ٣,١٤ × نق^2

إذن : نق^2 = ٣١٤ ÷ ٣,١٤ = ١٠٠ = ١٠ × ١٠

إذن : نق = ١٠ سم

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣,١٤ × ١٠ = ٦٢,٨ سم

أحمد الشنتوى

(٤) بما أن : محيط الدائرة = ٢ π نق

إذن : ٨٨ = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ نق

و منها : ١٤ سم

مساحة سطح الدائرة = π نق^{٢}

= $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ × ١٤ = ٦١٦ سم^{٢}

(٥)

نق	π	محيط الدائرة	نق^{٢}	مساحة الدائرة
١,٤ سم	$\frac{٢٢}{٧}$	٨,٨ سم	١,٩٦ سم^{٢}	٦,١٦ سم^{٢}
١٠ سم	٣,١٤	٦٢,٨ سم	١٠٠ سم^{٢}	٣,١٤ سم^{٢}
٢١ سم	$\frac{٢٢}{٧}$	١٣٢ سم	٤٤١ سم^{٢}	١٣٨٦ سم^{٢}
٤ سم	٣,١٤	٢٥,١٢ سم	١٦ سم^{٢}	٥٠,٢٤ سم^{٢}

(٦) مساحة سطح مستطيل = ١٤ × ٧ = ٩٨ سم^{٢}

طول قطر الدائرة = عرض المستطيل = ٧ سم ، نق = ٣,٥ سم

مساحة سطح الدائرة = π نق^{٢}

= $\frac{٢٢}{٧}$ × ٣,٥ × ٣,٥ = ٣٨,٥ سم^{٢}

مساحة الجزء المظلل = مساحة المستطيل – مساحة الدائرة

= ٩٨ – ٣٨,٥ = ٥٩,٥ سم^{٢}

(٧) مساحة سطح الدائرة = π نق^{٢}

= ٣,١٤ × ٥ × ٥ = ٧٨,٥ سم^{٢}

مساحة سطح مستطيل = ٨ × ٦ = ٨٤ سم^{٢}

مساحة الجزء المظلل = مساحة الدائرة – مساحة المستطيل

= ٧٨,٥ – ٤٨ = ٣٠,٥ سم^{٢}

(٨) مساحة سطح الدائرة = ٣ × مساحة سطح القطاع الواحد

= ٣ × ٤,٦٢ = ١٣,٨٦ سم^{٢}

بما أن : مساحة سطح الدائرة = π نق^{٢}

إذن : ١٣,٨٦ = $\frac{٢٢}{٧}$ × نق^{٢}

و منها : نق^{٢} = ٤,٤١ = ٢,١ × ٢,١ إذن : نق = ٢,١ سم

(٩) [١] π نق^{٢} [٢] ١٦ [٣] ٣ [٤] ٤ + π

[٥] π [٦] ٢ π – ٤ [٧] ٢١٠ [٨] ٧١

الدرس الرابع : المساحة الجانبية و الكلية لكل من المكعب – متوازى المستطيلات

(١) المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

= (٣ × ٣) × ٤ = ٩ × ٤ = ٣٦ سم^{٢}

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

= (٣ × ٣) × ٦ = ٩ × ٦ = ٥٤ سم^{٢}

(٢) طول الحرف الواحد = ١٢ ÷ ١٢ = ٢ سم

المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

= (٢ × ٢) × ٤ = ٤ × ٤ = ١٦ سم^{٢}

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

= (٢ × ٢) × ٦ = ٤ × ٦ = ٢٤ سم٢

(٣) بما أن : المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

إذن : ٣٢٤ = مساحة الوجه الواحد × ٤

إذن : مساحة الوجه الواحد = ٣٢٤ ÷ ٤ = ٨١ سم

، المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

= ٨١ × ٦ = ٤٨٦ سم٢

(٤) بما أن : المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

إذن : ٦٠٠ = مساحة الوجه الواحد × ٦

إذن : مساحة الوجه الواحد = ٦٠٠ ÷ ٦ = ١٠٠ سم

، المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

= ١٠٠ × ٤ = ٤٠٠ سم٢

(٥) بما أن محيط قاعدة المكعب = طول ضلع القاعدة × ٤

إذن : ٦٠ = طول ضلع القاعدة × ٤

إذن : طول ضلع القاعدة = ٦٠ ÷ ٤ = ١٥ سم

، المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٤

= (١٥ × ١٥) × ٤ = ٩٠٠ سم٢

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

= (١٥ × ١٥) × ٦ = ٤ × ٦ = ١٣٥٠ سم٢

(٦) المساحة الجانبية لمتوازى المستطيلات = محيط القاعدة × الإرتفاع

= ٢ × (٨ + ٦) × ١٠ = ٢ × ١٤ × ١٠ = ٢٨٠ سم٢

، مساحته الكلية = مساحته الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين

= ٢٨٠ + ٢ × (٨ × ٦) = ٢٨٠ + ٩٦

= ٣٧٦ سم٢

(٧) المساحة الجانبية للحجرة = ٢ × (٤,٥ + ٣,٥) × ٣ = ٤٧,٢٥ م٢

المساحة الكلية للحجرة = ٤٧,٢٥ + (٤,٥ × ٣,٥) = ٦٣ م٢

مساحة ما يتم طلاؤه = ٦٣ – ٥ = ٥٥ م٢

تكاليف الطلاء = ٥٥ × ١٦ = ٨٨٠ جنيهاً

(٨) المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه الواحد × ٦

= (١٢ × ١٢) × ٦ = ١٤٤ × ٦ = ٨٦٤ سم٢

المساحة الجانبية لمتوازى المستطيلات = ٢ × (٣ + ٢) × ١

= ٢ × ٥ × ١ = ١٠ سم٢

المساحة الكلية لمتوازى المستطيلات = ١٠ + ٢ × (٣ × ٢)

= ١٠ + ٢ × ٦ = ٢٢ سم٢

المساحة الكلية للجزء المتبقى = ٨٦٤ – ٢٢ = ٨٤٢ سم٢

(٩) المساحة الجانبية للحمام = ٢ × (٤٠ + ١٠) × ٢,٥ = ٢٥٠ م٢

المساحة الكلية للحمام = ٢٥٠ + ٤٠ × ١٠ = ٦٥٠ م٢

مساحة البلاطة = ٠,٢٥ × ٢,٢٥ = ٠,٠٦٢٥ م٢

عدد البلاط اللازم لذلك = ٦٥٠ ÷ ٠,٠٦٢٥ = ١٠٤٠٠ بلاطة

التكلفة = ٦٥٠ × (٤٥ + ٥) = ٣٢٥٠٠ جنيهاً

(١٠) مساحة الورق = ١٠٠ × ٧٠ = ٧٠٠٠ سم٢

المساحة الجانبية للصندوق = ٢ × (٢٠ + ١٥) × ١٠ = ٧٠٠ سم٢

المساحة الكلية للصندوق = ٧٠٠ + (٢٠ × ١٥) = ١٠٠٠ سم٢

مساحة الورق المستخدم = ١٠٠ × ٦ = ٦٠٠٠ سم٢

مساحة الورق غير المستخدم = ٧٠٠٠ – ٦٠٠٠ = ١٠٠٠ سم٢

(١١) [١] ٨ [٢] ٥ [٣] ١٠ [٤] ٥

[٥] ٥ [٦] ١ : ٤ [٧] ١٠ [٨] ٦٤

الوحدة الرابعة الإحصاء و الاحتمال

الدرس الأول : تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية

(١) [١] $\frac{١}{٦}$ [٢] ٦٠°

(٢) ٥٠ ٪ يفضلون البرامج الرياضية يمثل $\frac{١}{٢}$ مساحة سطح الدائرة ،

٢٥ ٪ يفضلون البرامج الموسيقية يمثل $\frac{١}{٤}$ ،

١٢,٥ ٪ يفضلون البرامج الثقافية يمثل $\frac{١}{٨}$ ،

١٢,٥ ٪ يفضلون البرامج الإخبارية يمثل $\frac{١}{٨}$

الشكل المقابل يوضح ذلك

(٣) قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة العربية =

= $\frac{٣٠}{١٠٠}$ × ٣٦٠° = ١٠٨°

قياس الزاوية المركزية لقطاع الرياضيات =

= $\frac{٤٠}{١٠٠}$ × ٣٦٠° = ١٤٤°

قياس الزاوية المركزية لقطاع العلوم =

= $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ٣٦٠° = ٧٢°

قياس الزاوية المركزية لقطاع الدراسات = $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ٣٦٠° = ٣٦°

(٤) نسبة إنتاج المصنع الخامس = ١٠٠ ٪ – (١٥ ٪ + ١٠ ٪ + ٢٠ ٪ + ٣٠ ٪)

= ٢٥ ٪ ، قياس الزاوية المركزية لقطاع المصنع الأول = ٥٤°

قياس الزاوية المركزية لقطاع المصنع الثانى = ٣٦°

قياس الزاوية المركزية لقطاع المصنع الثالث = ٧٢°

قياس الزاوية المركزية لقطاع المصنع الرابع = ١٠٨°

قياس الزاوية المركزية لقطاع المصنع الخامس = ٩٠°

ارسم بنفسك

إنتاج المصنع الأول = (٥٠ × ١٥ ٪) ÷ ٣٠ ٪ = ٢٥ طن

(٥) [١] نسبة دخل الخدمات = ١٠٠ ٪ – (٢٥ ٪ + ١٠ ٪ + ٣٠ ٪) = ٣٥ ٪

[٢] قياس الزاوية المركزية بالدرجات لنسبة

الدخل القومى فى الزراعة = $\frac{٣٠}{١٠٠}$ × ٣٦٠° = ١٠٨°

أحمد الششتورى

(٦) [١] نسبة إنتاج المجزرة الثانية = ١٠٠ ٪ − (٢٥ ٪ + ٤٠ ٪) = ٣٥ ٪

[٢] إنتاج المجزرة الأولى = ٤٥٠٠ × ٢٥ ٪ = ١١٢٥ طناً

إنتاج المجزرة الثانية = ٤٥٠٠ × ٤٠ ٪ = ١٨٠٠ طناً

إنتاج المجزرة الثالثة = ٤٥٠٠ × ٣٥ ٪ = ١٥٧٥ طناً

(٧) قياس الزاوية المركزية لقطاع أعزب = $\frac{٣٥٠}{١٠٠٠}$ × ٣٦٠° = ١٢٦°

قياس الزاوية المركزية لقطاع متزوج = $\frac{٥٠٠}{١٠٠٠}$ × ٣٦٠° = ١٨٠°

قياس الزاوية المركزية لقطاع مطلق = $\frac{١٠٠}{١٠٠٠}$ × ٣٦٠° = ٣٦°

قياس الزاوية المركزية لقطاع أرمل = $\frac{٥٠}{١٠٠٠}$ × ٣٦٠° = ١٨°

ارسم بنفسك

(٨) مجموع الساعات = ٣٦ ساعة

قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة العربية = $\frac{٩}{٣٦}$ × ٣٦٠° = ٩٠°

قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة الانجليزية = $\frac{٦}{٣٦}$ × ٣٦٠° = ٦٠°

قياس الزاوية المركزية لقطاع الرياضيات = $\frac{٧}{٣٦}$ × ٣٦٠° = ٧٠°

قياس الزاوية المركزية لقطاع العلوم = $\frac{٥}{٣٦}$ × ٣٦٠° = ٥٠°

قياس الزاوية المركزية لقطاع الدر اسات = $\frac{٩}{٣٦}$ × ٣٦٠° = ٩٠°

ارسم بنفسك

الدرس الثانى : التجربة العشوائية

(١)

	الرقم الأول	الرقم الثانى	النواتج
الرقم	٢	٢	٢ ، ٢
		٤	٢ ، ٤
	٤	٢	٤ ، ٢
		٤	٤ ، ٤

فضاء العينة (ف) =

{ (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٤) }

(٢) [١] { (٤ ، ١) ، (١ ، ٤) ، (٣ ، ٢) ، (٢ ، ٣) }

[٢] { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ١) ،
(٢ ، ٢) ، (٣ ، ١) }

[٣] { (٦ ، ١) ، (١ ، ٦) }

(٣) { بيضاء ، حمراء ، سوداء ، زرقاء ، خضراء }

(٤) [١] { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ }

[٢] { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ }

[٣] { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ }

[٤] { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ }

الدرس الثالث : الاحتمال

(١) ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ } ، ن (ف) = ١٠

أ = { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ } ، ن (أ) = ٥

ل (أ) = $\frac{٥}{١٠}$ = ٠,٥ = ٥٠ ٪

ب = { ٣ ، ٦ ، ٩ } ، ن (ب) = ٣ ، ل (ب) = $\frac{٣}{١٠}$ = ٠,٣ = ٣٠ ٪

حـ = { ٦ } ، ن (حـ) = ١ ل (حـ) = $\frac{١}{١٠}$ = ٠,١ = ١٠ ٪

ء = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ } ، ن (ء) = ٧

ل (ء) = $\frac{٧}{١٠}$ = ٠,٧ = ٧٠ ٪

(٢) العدد الكلى = ٤٥ تلميذ و تلميذة

عدد التلميذات المشتركات فى هذه المسابقة = $\frac{٤}{٥}$ × ٤٥ = ٣٦ تلميذة

(٣) [١] $\frac{١}{٢}$ [٢] $\frac{١}{٣}$ [٣] $\frac{١}{٣}$ [٤] $\frac{١}{٢}$ [٥] صفر [٦] $\frac{١}{٢}$ [٧] ١

(٤) [١] $\frac{١٠}{٣٠}$ = $\frac{١}{٣}$ [٢] $\frac{٦}{٣٠}$ = $\frac{١}{٥}$ [٣] $\frac{٢}{٣٠}$ = $\frac{١}{١٥}$ [٤] $\frac{١}{٣٠}$ [٥] $\frac{١}{٣٠}$

(٥) [١] $\frac{٥}{١٢}$ [٣] $\frac{٣}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$ [٤] $\frac{٤}{١٢}$ = $\frac{١}{٣}$ [٥] $\frac{٧}{١٢}$ [٦] ١

(٦) بفرض أن حدث أن يكون التلميذ المختار ممن يلعبون كرة القدم

هو : أ إذن : ن (أ) = ٢٠ [١] ن (أ) = $\frac{٢٠}{٤٢}$ = $\frac{١٠}{٢١}$

[٢] بفرض أن حدث أن يكون التلميذ المختار ممن يلعبون ألعاباً

أخرى هو : ب إذن : ن (ب) = ٤٢ − (٢٠ + ٨) = ١٤

، ن (ب) = $\frac{١٤}{٤٢}$ = $\frac{١}{٣}$

إذن : عدد التلاميذ = $\frac{١}{٣}$ × ٦٠٠ = ٢٠٠ تلميذ

(٧) احتمال أن يسجل اللاعب الأول = $\frac{٢١}{٢٤}$ = $\frac{٧}{٨}$ = $\frac{٦٣}{٧٢}$

احتمال أن يسجل اللاعب الثانى = $\frac{٢٤}{٢٧}$ = $\frac{٨}{٩}$ = $\frac{٦٤}{٧٢}$

يتم اختيار اللاعب الثانى لتسديد ركلة جزاء أثناء المباراة
لأن احتمال تسجيله أكبر من احتمال تسجيل اللاعب الأول

(٨) [١] احتمال أن تكون درجة التلميذ المختار أقل من ٤٠ درجة = $\frac{٣}{٤}$

[٢] بما أن : احتمال أن تكون درجة التلميذ ≥ ٤٠ = $\frac{١}{٤}$

إذن : عدد التلاميذ الحاصلين على درجة ≥ ٤٠ = $\frac{١}{٤}$ × ٤٠

= ١٠ تلاميذ

(٩) عدد التلاميذ = ٤٨

احتمال أن يحصل التلميذ المختار على تقدير جيد = $\frac{١٦}{٤٨}$ = $\frac{١}{٣}$

(١٠) ف = { ٢١ ، ٣١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ١٣ ، ٣٣ } ، ن (ف) = ٦

[١] بفرض أن حدث الحصول على عدد زوجى هو : أ

إذن : أ = { ١٢ ، ٣٢ } ، ن (أ) = ٢

إذن : ل (أ) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

[٢] بفرض أن الحصول على عدد فردى أولى هو : ب

إذن : ب = { ٣١ ، ١٣ } ، ن (ب) = ٢

إذن : ل (ب) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

(١١) [١] ٥٠ ٪ [٢] $\frac{١}{٢}$ [٣] ٠,١٥ [٤] ١٤ [٥] $\frac{٣}{٨}$ [٦] $\frac{١}{٢}$ [٧] صفر

